ميكانيكا تشكيل الصفائح المعدنية

تاليف

زد. مارسينياك

جي. ال. دنكان

ترجمة

الدكتور ماهر حمدي الصاحب

الدكتور زهير صلاح عبد الجبار



جامعة الملك سعود

النشر العلمي و المطابع



ميكانيكا تشكيل الصفائح المعدنية

تأليـــــف

زد. مارسينياك

و

جي. ال. دنكـــان

ترجـــمـــة

الدكتور/ ماهر حمدي الصاحب

أستاذ مشارك

قسم الهندسة الميكانيكية - كلية الهندسة - جامعة الملك سعود



النشر العلمي والمطابع - جامعة الملك سعود

ص.ب ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ - المملكة العربية السعودية

هذه ترجمة عربية مصرح بها لكتاب: *The Mechanics of Sheet Metal Forming*
تأليف Z. Marciniak Warsaw ، و J. L. Duncan Auckland نشر عام ١٩٩١م

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

مارسينياك، زد

ميكانيكا تشكيل الصفائح المعدنية/ زد مارسينياك، جي. ال. دنكان؛ ترجمة ماهر حمدي الصاحب، و زهير صلاح عبد الجبار - الرياض.

٢٧٦ ص ١٧ × ٢٤سم

ردمك : ٨-٣٤٢-٣٧-٩٩٦٠

١- الصفائح المعدنية أ- دنكان، جي. ال (م. مشارك) ب- الصاحب، ماهر حمدي (مترجم) ج- عبد الجبار، زهير صلاح (مترجم) د- العنوان

ديوي ٦٢٠,١٧ ٢٢/٤٩٤١

رقم الإيداع : ٤٩٤١/ ٢٢

ردمـــك : ٨-٣٤٢-٣٧-٩٩٦٠

حكمت هذا الكتاب لجنة متخصصة، شكلها المجلس العلمي بالجامعة، وقد وافق المجلس على نشره- بعد اطلاعه على تقارير المحكمين- في اجتماعه السابع عشر للعام الدراسي ١٤٢٠/١٤١٩هـ المعقود في تاريخ ١/ ٢/ ١٤٢٠هـ الموافق ١٥/٥/ ١٩٩٩م.

النشر العلمي والمطابع ١٤٢٣هـ

مقدمة المترجمين

تم ترجمة هذا الكتاب "ميكانيكا تشكيل الصفائح المعدنية" لمؤلفيه زد. مارسينياك وجي. ال. دنكان، إلى اللغة العربية بالتعاون مع مركز الترجمة بجامعة الملك سعود، الذي دأب على تشجيع التعريب والمساهمة في إثراء المكتبة العربية بما يستجد من علوم وآفاق المعرفة .وهنا نود أن نعرب عن جزيل شكرنا وتقديرنا لهذا المركز الجليل وللقائمين عليه لجهودهم المتميزة ودعمهم المستمر لحركة التعريب والموافقة الكريمة على قيامنا بترجمة هذا الكتاب وتولي الجامعة مهمة طبعه ونشره.

يتناول هذا الكتاب موضوعاً هندسياً حيوياً، ذا أهمية عملية صناعية واقتصادية، بصورة علمية وموضوعية؛ حيث تم تطبيق نظرية اللدونة الهندسية على العديد من أساليب تشكيل الصفائح المعدنية المعروفة، وكذلك بيان الحدود لكل عملية والعوامل التي تتحكم بها وتساهم في نجاحها، وعرض دراسة تفصيلية لظاهرة لا استقرارية الشد في الصفائح الرقيقة .ويعتبر هذا الكتاب من أول المصادر في اللغة الإنجليزية والعربية التي تجمع كافة المعلومات؛ الخاصة بميكانيكا تشكيل المعادن مع بعضها بهذه الكيفية، ويمتاز كذلك بتفرده في مادته العلمية وشموليته وحسن تبويبه وسهولة أسلوبه في عرض المعلومات مما يجعله من الكتب القيمة والمفيدة جداً للدارسين والممارسين المهنيين والمهندسين والباحثين.

يضم الكتاب تسعة فصول تضمنت العديد من المواضيع الأساسية والتحليلات والنماذج الرياضية المطبقة في أساليب تشكيل الصفائح المعدنية .فقد تم أولاً تقديم مبادئ نظرية الانسياب اللدائني، وتحليل أساليب الانفعالات الكبيرة، ومن ثم دراسة

مفصلة للا استقرارية الشد، وكذلك تشويه الانحناءات ذات أنصاف الأقطار المختلفة، وتبع ذلك عرض طريقة تقريبية لتحليل الهياكل القشرية المتماثلة حول المحور والتي تم تطبيقها على العديد من الأساليب الأساسية في تشكيل الصفائح مثل المط والسحب، إضافة إلى عرض لطرق الطاقة المستخدمة في بعض النماذج .ولتعميم الفائدة وتعميق الفهم فقد تم في نهاية الكتاب تقديم عدد من التمارين الخاصة بكل فصل.

وفي ترجمتنا لهذا الكتاب، بذلنا جهداً خاصاً كي يأتي التعريب متطابقاً ومنسجماً مع النص الأصلي (الإنجليزي) وسلساً في الأسلوب وجزلاً في العبارات ومفهوماً من القارئ .وقد التزمنا الدقة في النقل والأمانة العلمية وعدم الابتعاد ما أمكن عن النص الأصلي، إلا بما تقتضيه الضرورة اللغوية .ولقد حرصنا ما أمكن على استخدام المصطلحات الفنية والالتزام بضوابط الترجمة والقواعد التي أعدها مركز الترجمة بجامعة الملك سعود وفق قرارات واقتراحات "ندوة توحيد منهجيات وضع المصطلح العلمي العربي" المنعقدة بالرباط من ١٨- ٢٠ فبراير ١٩٨١م، بإشراف مكتب تنسيق التعريب في الوطن العربي ووفق قرارات مجامع اللغة العربية وخصوصاً مجمع اللغة العربية بالقاهرة. واستكمالاً للفائدة فقد أوردنا بعد العنوان العربي لكل بند، وبعد كل مصطلح فني عربي في المتن النص الإنجليزي الوارد في الكتاب الأصلي. وكذلك أبقينا المعادلات والرموز بالحروف اللاتينية، وذيلنا الكتاب بثبت لأهم المصطلحات العلمية (عربي /وإنجليزي) التي وردت في الكتاب، وذلك لإتمام الفائدة وإعانة القارئ للوقوف على المعنى بأسرع وقت ممكن.

وأخيراً نتوجه بالدعاء إلى الله العلي القدير بأن نكون قد وفقنا في ترجمة هذا الكتاب وأن نكون قد أسهمنا في إثراء المكتبة العربية بكتاب قيم يسد ثغرة صغيرة في هذا الصرح الشامخ، وأن يجد القارئ العربي الفائدة المرجوة من مادته. راجين بهذا العمل المتواضع، أن نكون قد أدينا بعضاً من واجبنا، نحو لغتنا العربية ؛ لغة الفكر والعلم، ونحو أمتنا العربية مهد الحضارة ومنارة الأديان.

المترجمان

مقدمة المؤلفين

تطبق نظرية اللّدونة الهندسية، في هذا الكتاب على عناصر أساليب تشكيل الصفائح المعدنية الشائعة. وعلى هذا فإن حني ومط وسحب الأشكال البسيطة قد تم تحليلها، باعتبارها أساليب أكيدة لتشكيل الأنابيب ذات الجدران الرقيقة. وحيثما أمكن، فان الحدود التي تتحكم بكل عملية قد تم التعرف عليها، وقد استتبع هذا ضرورة القيام بدراسة تفصيلية للا استقرارية الشد في الصفائح الرقيقة.

وإلى الحد الذي بلغته معرفة المؤلفين، فإن هذا الكتاب هو أول مصدر باللغة الإنجليزية يجمع كافة المعلومات الخاصة بميكانيكا تشكيل الصفائح بعضها بعض على هذا النمط. وعلى أية حال، فإن هذا الكتاب يعتمد على أعمال الرواد الأوائل في هذا المجال، أمثال سويفت Swift، وساتشز فوكوي Sachs Fukui وجونسون Johnson، وميلور Mellor وباكوفين Backofen، ولم يقصد به أن يكون دراسة في بحث بمفرده يبين مصادر النماذج. وهذا الكتاب موجه إلى الدارسين والممارسين للمهن ومن المأمول أن يكون أيضاً ذا أهمية لدى الباحثين.

تم تقديم نظرية انسياب اللدونة وتحليل أساليب الانفعالات الكبيرة النسبية في الفصلين الأولين. وقد افترض أن لدى القارئ معرفة بالاجهاد والانفعال، بالإضافة إلى المعالجات الرياضية الموضحة في المقررات الأساسية المتعلقة بمبادئ ميكانيكا الجوامد. وتم إتباع هذين الفصلين بدراسة تفصيلية للااستقرارية الشد tensile instability تبعاً لنظرية "مارسينياك - كوجزينسكي" Marciniak- Kuczynski، أما التشويه في الانحناءات ذات أنصاف الأقطار الكبيرة والصغيرة فقد تمت دراسته، بالإضافة إلى تقديم طريقة تقريبية ولكنها نافعة لتحليل الهياكل القشرية (shells) المتماثلة حول المحور

والتي تم تطبيقها على مجموعة متنوعة من أساليب المط والسحب . وأخيراً ، تم تحليل أساليب سحب الأنابيب البسيطة ، بالإضافة إلى طرق الطاقة المستخدمة في بعض النماذج.

كذلك تم تقديم عدد من التمارين في نهاية الكتاب ، وبالرغم من أن هذا الكتاب موجه إلى المهندس العامل في صناعة الصفائح المعدنية (والتي تمثل صناعة كبيرة واسعة تضم صناعة السيارات وتصنيع الطائرات والأجهزة) إلا أنه مناسب أيضاً ككتاب تعليمي حيث إنه مستنبط ومطور من مقررات استخدمت في العديد من الأقطار.

وقد قدم العديد من الأشخاص مساهمات مفيدة في هذا الكتاب ، ولكن من المستحيل التقدم بالشكر والعرفان لكل واحد منهم بالاسم ، ولكن مع ذلك فإننا مقدرين وشاكرين جداً لمساهماتهم . ومع هذا فإن أحد مؤلفي هذا الكتاب (جي . إل. دنكان) يود أن يتقدم بالشكر بصورة خاصة إلى أستاذه دبليو جونسون W. Johnson ، وإلى صديقه الحميم ومرشده على مدى سنوات عديدة أر سويربي R. Sowerby ، وكذلك إلى واضع الرسوم الإيضاحية اس . ستيفنسون S. Stephenson ، وأخيراً وليس آخراً إلى السيدة جوي والاس Mrs. Joy Wallace التي قامت بطبع المتن في شكله النهائي على الآلة الكاتبة.

المؤلفـــان

المحتويات

الصفحة

الفصل الثالث: لا استقرارية الشد

الفصل الرابع: الحنـــي

الفصل الخامس: التحليل الغشائي للهياكل الدائرية القشرية

الفصل السادس: المـــط

الفصل السابع: السحب

الفصل الثامن: المط والسحب

الفصل التاسع: تشكيل الحالة المستقرة للهياكل الأسطوانية القشرية

الفصل الأول

مبادئ نظرية الانسياب اللدن

Principles of plastic flow theory

(١,١) مقدمة Introduction

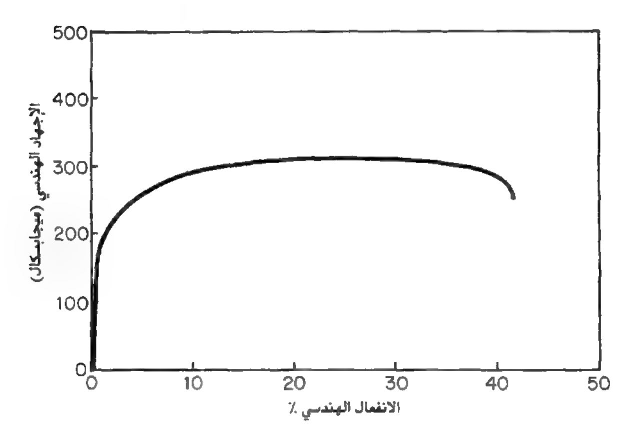
يتم إنتاج الأجزاء المصنوعة من الصفائح المعدنية بكميات كبيرة عن طريق استخدام معدات خاصة وأساليب فنية ذات إنتاجية عالية المستوى .وهذه الأساليب يطغى عليها ـ بطبيعتها ـ أسلوب الشد لأن نسبة كمية التشويه التي تحدث في مرحلة واحدة تكون محدودة ببداية لا استقرارية الشد tensile instability ، والتخصر necking والتمزق tearing.ومن الناحية الأخرى نجد أن الصفائح تكون عادة رقيقة بحيث إن الانبعاج buckling والتجعد (التغضن) wrinkling قد يحدث في المناطق التي يكون فيها أحد إجهادات الأغشية membrane stresses انضغاطياً .كذلك فإن فن وعلم تشكيل الصفائح المعدنية يكمن في ابتكار الأساليب التي يمكن بواسطتها إنجاز الأشكال المطلوبة دون تمزق أو تغضن، إضافة إلى توفير هامش سلامة في أثناء القيام بالعملية كاف لتحمل التغييرات التي تحدث لا محالة في خواص المواد وحالات المعدات في نظام الإنتاج .كذلك فإن العديد من الأجزاء المصنوعة من الصفائح ذات تكلفة متدنية ويتم بيعها في أسواق تنافسية بالغة الحدة. وقد تمثل تكلفة المواد الجزء الأكبر من القيمة الإجمالية، حيث ينبغي أن يتم تشكيل الجزء المطلوب من أصغر قطعة ممكنة من الصفيحة أو "القطعة الغفل" blank، المعدة للتشكيل. ومن أجل أن يكون المنتج تنافسياً ينبغي الإبقاء على هامش السلامة صغيراً وهو إحدى سمات ورش الكبس الجيدة التشغيل، بحيث إن العديد من الأجزاء يتم تشكيلها في ظروف يكون بالكاد فيها تجنب حدوث كارثة .وفي

مثل هذه الأوضاع فإن اختلافات صغيرة في خصائص المواد، وحالات المعدات أو التزييت يمكن أن تتسبب في حدوث تغييرات كبيرة في معدلات النفايات scrap rates، وعليه فإن تحليل الانهيار failure analysis وتقرير العلاج المناسب يتطلب كمية كبيرة من المهارة والخبرة، بالإضافة إلى فهم ميكانيكا أساليب التشكيل.

ويتم التحكم بلا استقرارية الشد، إلى حد بعيد، بواسطة سلوك التصلد بالانفعال strain hardening للصفائح. وقد تم إيضاح منحنى الإجهاد الهندسي الخاص بسحب صفائح الفولاذ المطاوع في الشكل رقم (١,١). ففي أول الأمر تتشوه الصفيحة بصورة مرنة، ولكن هذه التشوهات بالغة الصغر - أقل من جزء في الألف - وغالباً ما يتم إهمالها. أما إجهاد الخضوع الأولي، والذي في هذه الحالة يكون نحو ١٨٠ ميجاباسكال، فيكون عادة أدنى حد يمكن لصانع الفولاذ تحقيقه، إلا أنه في أول ١٠٪ من الانفعال يكون التصلد بالانفعال للمواد في غاية السرعة؛ بحيث أنها تصل إلى قيمة إجهاد هندسي يبلغ نحو ٣٠٠ ميجا باسكال. أما في اختبار الشد، فإن التخصر الانتشاري diffuse necking يحدث عند أقصى حمل عند قرابة ٢٥٪ من الاستطالة elongation: وعلى أي حال، وكما سيتبين فيما بعد، فإن أساليب اللا إستقرارية في تشكيل الصفائح غالباً ما تحدث عند مستويات إنفعال عالية جداً. وحينما تكون قوة الجزء المشكل هي الهامة، فانه يوجد هناك حافز يدعو إلى استخدام صفائح أكثر صلابة وأدنى تصلب بالانفعال، بالإضافة إلى ابتكار أساليب فنية لتشكيل مثل هذه الصفائح دون تمزق، الأمر الذي يتطلب مستوى عالياً من الإبداع والبراعة.

ومنحنى الانفعال والإجهاد الهندسي في الشكل رقم (١,١) لا يوفر وصفاً مرضياً جداً لخاصية التصلب بالانفعال الحقيقي true strain hardening. فالإجهاد الهندسي الذي تم تحديده على أنه الحمل مقسوماً على مساحة المقطع الأولية، يكون متأثراً بالقوة اللحظية للمادة وبالتغير في مساحة المقطع، بالإضافة إلى أن حالة الإجهاد في اختبار الشد عبارة عن حالة واحدة فقط من بين حالات إجهادات كثيرة تحدث في تشكيل الصفائح .لذلك فإنه من الضروري القيام بتطوير نظرية تصف كيف يمكن

لعنصر من مادة ذات قوة معينة أن يخضع ويلين عند حالات إجهاد مختلفة، وهذا هو موضوع الفصل الأول. وثانياً يجب أن يكون بالإمكان التنبؤ بالكيفية التي ستتغير فيها هذه الحالة من القوة لدى تشوه العنصر: وهذا الأمر يتطلب نظرية مناسبة عن الانفعالات الكبيرة large strains، ونموذجاً للتصلد model of hardening في أساليب التشوه الكبرى .وهذه المواضيع يتناولها الفصل الثاني.

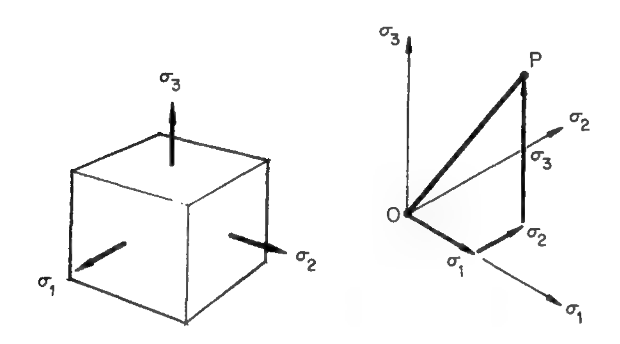


الشكل رقم (١,١) منحنى الإجهاد والانفعال الهندسي لصفائح الفولاذ المطاوع القابل للسحب سماكة ١,٢ ملم من إنتاج شركة نيوزيلاند ستيل المحدودة.

(١,١,١) الإجهادات الرئيسة Principal stresses

يقوم الإجهاد بوصف انتقال القوة "الفاعلة" عبر عنصر صغير من جسم صلب. ويمكن التعبير عن حالة الإجهاد في نقطة معينة في شكل ثلاثة إجهادات رئيسة واتجاهها .وقد تم إيضاح هذه الإجهادات على وجوه عنصر رئيسي متناهي الصغر في الشكل رقم (١,٢أ).

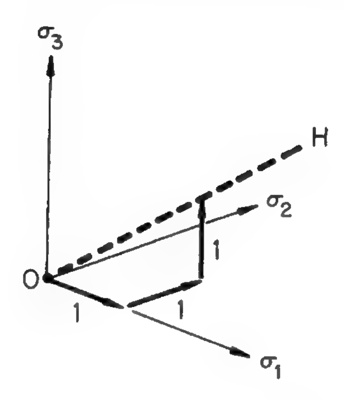
وتبعاً لذلك سيتم إيضاح أن حالات الإجهاد المختلفة لها طاقات كامنة مختلفة لإحداث التشوه، ومن المناسب ايضاح هذه الحالات المختلفة في رسم بياني - هو حيز (أو مجال) الإجهاد the stress space - المبين في الشكل رقم (١,٢ب)، وعلى هذا فإن أية حالة يتم تمثيلها بنقطة، P، تمثل إحداثياتها مقادير الإجهادات الرئيسة .وبما أن الإجهاد كمية ممتدة tensor quantity، فإنه لا يمكن القيام بوصفها بصورة كاملة بواسطة وضع النقطة (P) أو ما يطلق عليه متجه الإجهاد stress vector (OP) لأن هذا الرسم البياني لا يعطي أية معلومات عن توجه orientation الاتجاهات الرئيسة في الجسم.



الشكل رقم (٢, ١) (أ) الإجهادات الرئيسة في نقطة.
(ب) تمثيل حالة إجهاد بواسطة نقطة في حيز الإجهاد.

وعلى هذا فإن النقطة (P) في الشكل رقم (١,٢ب) تشير إلى حالة الإجهاد التي تكون فيها الإجهادات الرئيسة جميعها موجبة، أي أن هناك شداً. وهناك بعض حالات الإجهادات ذات أهمية خاصة. ففي تشكيل الصفائح المعدنية، نجد أن الأحمال العمودية على السطح غالباً ما تهمل بحيث إن إجهاداً واحداً، وليكن الإجهاد رقم ٣

(σ_3)، على سبيل المثال، يكون دائماً صفراً. وهذه الحالة من الإجهاد، المعروفة باسم "الإجهاد المستوي" plane stress يمكن أن تمثل بنقطة في مستوى الإجهاد (σ_1) و (σ_2) وإذا كانت كل الإجهادات الثلاثة متساوية، فإن النقطة (P) ستكون على خط يميل بصورة متساوية على محاور الإحداثيات .أي OH في الشكل رقم (١,٣) ؛ الذي يطلق عليه تعبير حالة الإجهاد الهيدروستاتيكي Hydrostatic stress state .



الشكل رقم (٣ ,١) توضيح لحالة إجهاد هيدروستاتيكي، $\sigma_3 = \sigma_2 = \sigma_1$ في حيز الإجهاد.

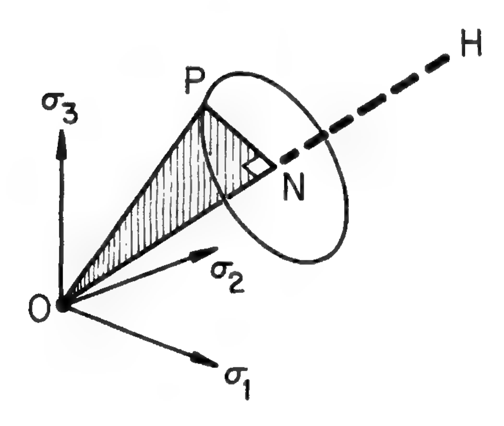
(١,١,٢) الخضـوع Yielding

الخضوع (المطاوعة) هو الانتقال من تشوه مرن صغير مستَرَدْ recoverable elastic deformation إلى تشوه لدائني مضاف لا يسترد plastic deformation . وعند أية لحظة فإن عنصراً element من المادة تكون لديه مقاومة للتشوه اللدن يمكن وصفها بقيمة صلابة عددية (H). تبنى النظرية الرياضية الخاصة باللدونة والتي تم استخدامها هنا على

الفرضية بأن حالة الإجهاد عند الخضوع يمكن التعبير عنها بصورة فورية بقاعدة الخضوع في الصيغة :

$$f(\sigma_1 , \sigma_2 , \sigma_3) = H \quad (١ ,١)$$

ويمكن التوصل إلى صيغة مناسبة للدالة الرياضية بصورة بديهية بعدة طرق. ولأن الخضوع يتطلب تشوه عنصر المادة، إذن يمكن الحَدْس بأن حالة الإجهاد الهيدروستاتيكي، $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ، سوف لا تحدث خضوعاً على الإطلاق. وهناك فرضية ممكنة بأن الانحراف عن حالة الإجهاد هذه هو الذي يبين إمكانية الخضوع، أي المسافة (NP)، في الشكل رقم (٤ , ١) وهي المسافة العمودية من محور الإجهاد الهيدروستاتيكي (OH).



الشكل رقم (٤ , ١). المسافة العمودية (NP) لنقطة الإجهاد (P) من محور الإجهاد الهيدروستاتيكي (OH) في حيز الإجهاد الرئيسي.

ففي المثلث القائم الزاوية، ONP :

$$PN^2 = OP^2 - ON^2 \quad (١,٢)$$

و

$$OP^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \quad (١,٣)$$

وبما أن جيب تمام (جتا) اتجاه OH مع أي محور إجهاد هو $1/\sqrt{3}$، لذلك نحصل على:

$$ON = (\sigma_1/\sqrt{3}) + (\sigma_2/\sqrt{3}) + (\sigma_3/\sqrt{3}) \quad (١,٤)$$

ومن ثم فإن:

$$PN = \{(1/3)[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]\}^{1/2} \quad (١,٥)$$

وهناك فرضية معقولة بأن الخضوع يحدث عندما يتم الوصول إلى قيمة حرجة ما لـ (PN). وعلى هذا فإنه إذا كان من المعروف أنه فيما يتعلق بالشد البسيط حيث: $\sigma_2 = \sigma_3 = o$ فإن عنصر المادة سيخضع عند إجهاد، $\sigma_1 = \sigma_f$، وعندئذ بواسطة التعويض، تكون القيمة الحرجة لـ PN هي $\{(2/3)\sigma_f\}^{1/2}$. وهذا يؤدي إلى إحدى قواعد الخضوع وهي:

$$\{(½)[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]\}^{1/2} = \sigma_f \quad (١,٦)$$

وهذه القاعدة مستخدمة على نطاق واسع، كما أنها تكون مقترنة بالأسماء هوبر Huber، و فون ميسس Von Mises و هينكي Henky. أما القيمة العددية للصلابة (H) فيعبر عنها بالقيمة اللحظية لإجهاد الخضوع الأحادي المحور لعنصر المادة وهو الإجهاد (σ_f) وفي هذه الحالة، يشار إلى (σ_f) على أنه إجهاد الانسياب flow stress. وهذه عبارة عن خاصية للمادة معتمدة على البنية والتركيب الخاص بعنصر المادة وتاريخ تشوهه حتى هذه اللحظة.

وهناك طريقة تناول بديلة مبنية على الملاحظة الميتالوروجية (علم المعادن) التي تقول إن الانسياب اللدائني plastic flow في السبائك المتعددة البلورات يكون مصحوباً بقيم حرجة من إجهاد القص على سطوح الشبكية البلورية crystal lattice planes. وهناك فرضية محتملة بأن الخضوع يحدث عندما يصل مقدار أعظم إجهاد قص

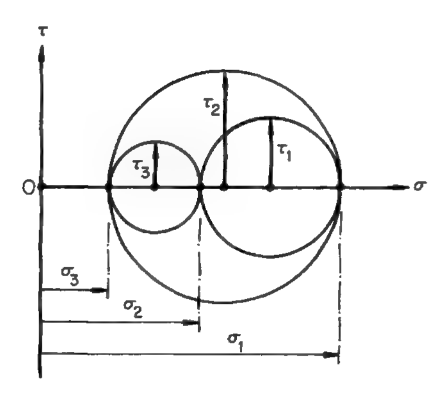
إلى قيمة حرجة .ففي الشد البسيط ، تكون قيمة أعظم إجهاد قص هي $\sigma_1/2 = \sigma_f/2$ ، ومن ثم فإن لحالة الإجهاد العامة التي تكون فيها $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ الصيغة التالية للمعادلة (١,١) وهي :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_f \quad (١, ٧)$$

وتعرف هذه باسم قاعدة أقصى إجهاد قص ، "Maximum shear stress" ، أو قاعدة ترسكا للخضوع Tresca yield criterion.

ويمكن بيان أن هاتين القاعدتين ليستا مختلفتين كثيراً .لأنه في حالة الإجهاد الموضحة في دائرة مور للإجهاد ، في الشكل رقم (١ ,٥)، نجد أن أقصى إجهادات قص هي :

$$(\sigma_1 - \sigma_2)/2 = \tau_1$$
$$(\sigma_1 - \sigma_3)/2 = \tau_2 \quad (١ ,٨)$$
$$(\sigma_2 - \sigma_3)/2 = \tau_3$$



الشكل رقم (١ ,٥). دائرة مور للإجهاد.

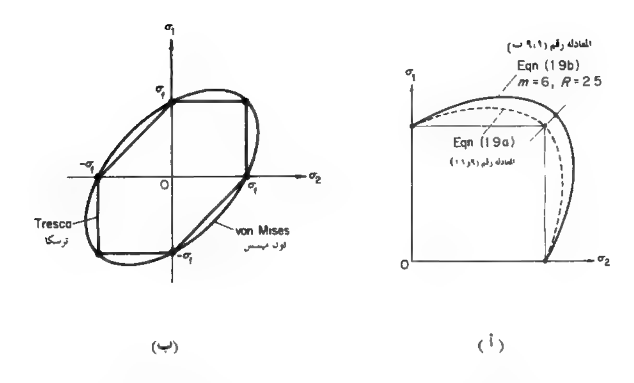
إن قاعدة فون ميسيس (١,٦)، مساوية للفرضية بأن الخضوع يحدث عند قيمة حرجة من قيم متوسط الجذر التربيعي root-mean-square لإجهادات القص القصوى هذه، كما أن قطر هذه الدائرة يتراوح بين (σ_f) و σ_f $2/\sqrt{3}$ او ($1.15\ \sigma_f$) بناء على قيمة الإجهاد الأوسط (σ_2) أما فيما يتعلق بقاعدة خضوع ترسكا، فإن القطر هو (σ_f) والإجهاد الأوسط لا يؤثر على الخضوع.

أما فيما يتعلق بحالة الإجهاد المستوية (plane stress state) $\sigma_3 = 0$ فإن قيم الإجهاد التي يحدث عندها الخضوع يمكن توضيحها بواسطة المحل الهندسي للخضوع في حيز الإجهاد كما هو مبين في الشكل رقم (٦ ,١ أ). وطبقاً لمعادلة قاعدة ميسس (٦ ,١)، فإن علاقة الإجهاد المستوي هي :

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_f^2 \qquad (١,٩أ)$$

هي عبارة عن معادلة القطع الناقص ellipse. أما فيما يتعلق بقاعدة ترسكا، فإن المحل الهندسي يكون سداسياً hexagon.

وفي حالة الخضوع في حالة عامة من الاجهاد، فإن النقطة في حيز الإجهاد الثلاثي الأبعاد الذي يحدث فيه الخضوع، تقع على سطح الخضوع yield surface الذي تكون تقاطعاته في المستوى (σ_1) و (σ_2) هي المحال الهندسية المبيَّنة في الشكل رقم (١,٦أ). وعند امتثال المادة لقاعدة خضوع فون ميسس والتي تكون فيها (NP) ثابتة في الشكل رقم (١,٤)، فإن سطح الخضوع يكون بصورة واضحة شكل أسطوانة مستديرة ذات محور مركزي (OH). أما بالنسبة لمادة تخضع حسب ترسكا، فإن سطح الخضوع يكون منشوراً سداسياً.



الشكل رقم (٦, ١) (أ) المحال الهندسي للخضوع لفون ميسس وترسكا في حيز الإجهاد المستوي $\sigma_3 = 0$
(ب) المحال الهندسي للخضوع في حيز الإجهاد المستوي، $\sigma_3 = 0$ بالنسبة للصفائح المتباينة الخواص باختلاف المحور

(٣, ١, ١) اللا آيزوتروبية Anisotropy

لقد افترض في كل الأقسام الآنفة الذكر أن المواد هي مواد آيزوتروبية (أي موحدة الخواص في جميع الجهات) isotropic ، بمعنى أنها تستجيب بصورة متماثلة للإجهاد في أي اتجاه وان الخضوع لا يعتمد على اتجاه المحاور الرئيسة في عنصر المادة orientation .أما بالنسبة للمواد المحكمة البنية والتي تكون فيها البلورات غير موجهة بصورة عشوائية ، فإن مثل هذا الافتراض غير صحيح وسطوح الخضوع ستكون مشوهة distorted في حيز الإجهاد stress space .

وهناك شكل شائع للا آيزوتروبية (أي لتباين الخواص باختلاف المحور) anisotropy في صفائح المعادن حيث تكون الخواص عبر السماكة مختلفة عن تلك

الخواص الموجودة في مستوى الصفيحة .ويتخذ المحل الهندسي لخضوع الإجهاد المستوي المقترح الشكل التالي :

$$\sigma_1^{m} + \sigma_2^{m} + R(\sigma_1 - \sigma_2)^{m} = (R+1)\sigma_r^{m} \qquad (١,٩ب)$$

حيث يكون الثابت(R) هو نسبة انفعال العرض إلى انفعال السماكة في اختبار الشد ، وكلما كان الثابت (R) أعلى كانت الصفائح أقوى في اتجاه السماكة بالمقارنة مع السطح المستوي .أما الثابت (m)، فيكون مرتبطاً بالبنية البلورية الأساسية للصفائح ، وكلما زاد الثابت mفإن المحل الهندسي للخضوع يصبح أكثر انحناءً بالقرب من الخط القطري diagonal وللقيم العالية جداً للثابت (m)، فإن المحل الهندسي يقترب من المحل الهندسي السداسي لتريسكا .ولكلا الثابتين تأثير متبادل على تشوه المحل الهندسي للخضوع والذي يكون أعظم وضوحاً وظهوراً في الربع الأول من حيز الإجهاد المستوي ، ففي الشكل رقم (١,٦ب) مقارنة بين المحل الهندسي الخاص بالقيم m = 6 و R = 2.5 ، وآخر مستمد من المعادلة (١,٩ أ) والتي تختزل بالنسبة لها المعادلة (١,٩ ب) عندما يكون الثابت m يساوي ٢ (m = 2) و R يساوي ١ (R = 1) .

(١, ٢) الانفعال Strain

لدى القيام بتشكيل المعادن، قد تكون التشوهات كبيرة، والمتانة اللحظية لأي عنصر من المادة تتغير أثناء إجراء العملية، كما أشير إلى ذلك آنفاً .وعلى هذا فإن تحليل التشوهات الكبيرة large deformations متضمنة للتغيرات التي تحدث في تصليد المواد، سيتم تناولها في فصل لاحق، أما في هذا الفصل ؛ فقد تم بحث التشوهات التزايدية الصغيرة فقط، كما افترض أن تكون المتانة أو مقاومة الانسياب للعنصر ثابتة.

(١ , ٢ , ١) الانفعال التزايدي Incremental strain

في المواد التي تستجيب بصورة متساوية للتشويه في أي اتجاه، أي المواد الصلبة الآيزوتروبية، نجد أن العنصر المكعب العمودي الرئيسي principal orthogonal element

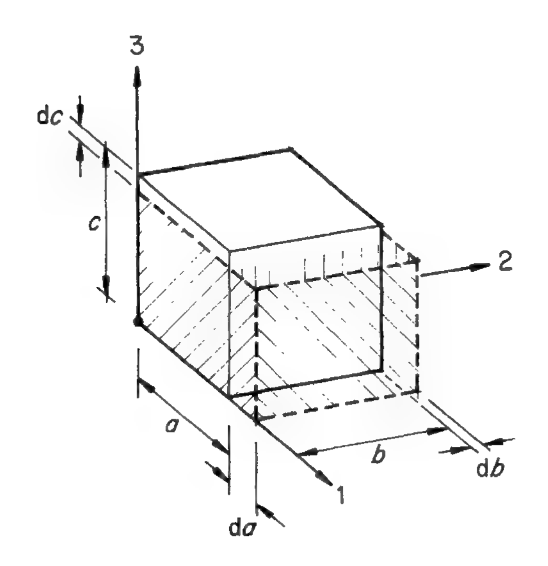
الخاضع للإجهادات الرئيسة العمودية normal سيشوه بطريقة متعامدة كما تم بيـان ذلـك في الشكل رقم (١,٧). فإذا كانت أضلاع العنصر بصورة أولية هي a و b و c ولاحقا $a + da$ و b + db و c + dc ، فإن الانفعالات التزايدية الرئيسة تكون :

$$d\varepsilon_1 = da / a$$

$$d\varepsilon_2 = db/b \qquad (١, ١٠)$$

$$d\varepsilon_3 = dc/c$$

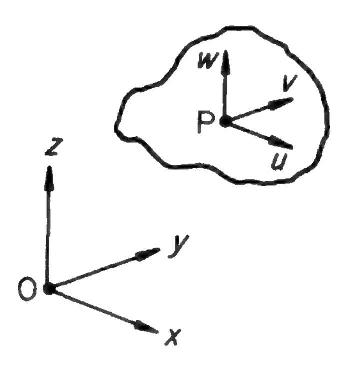
لأن العنصر متناهي الصغر infinitesimal etement وكذلـك يمكـن اعتبـار da و db و dc تغييرات طولية صغيرة في الاتجاه الرئيس.



الشكل رقم (٧, ١). التشوه التزايدي في العنصر الرئيسي.

فإذا كانت مركبات السرعة لنقطة في الجسم المشوه هي u و v و w في الاتجاهات الرئيسة ، كما هو موضح في الشكل رقم (١,٨)، فإن معدلات الانفعال ، $\dot{\varepsilon}$ = dε/dt ، تعطى بـ :

$$\dot{\varepsilon}_1 = \partial u/\partial x$$
$$\dot{\varepsilon}_2 = \partial v/\partial y \qquad (١, ١١)$$
$$\dot{\varepsilon}_3 = \partial w/\partial z$$



الشكل رقم (٨, ١). سرعة نقطة (P) في جسم صلب مشوه deformig solid.

(٢ , ٢, ١) اللا انضغاطية Incompressibility

ومع أن الجسم الذي يتشوه بصورة مرنة يمر في تغيير حجمي صغير small volumetric change أو انفعال توسعي dilatational strain صغير، بينما أثناء التشوه اللدائني plastic deformation ، فإن التغيير في الحجم للمعادن التقليدية وسبائكها يكون صغيراً وقد يكون مهملاً. وللعنصر الموضح في الشكل رقم (٧, ١) فإن اللاانضغاطية تعني أن :

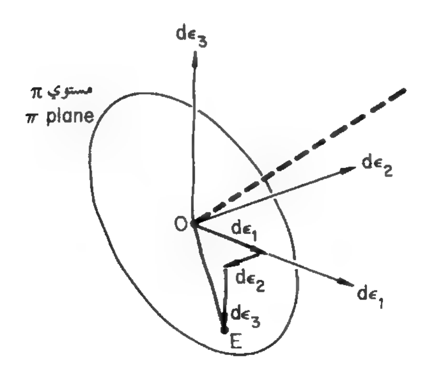
$$(a + da)(b + db)(c + dc) - abc = o \quad (١,١٢)$$

وبالتحليل وإهمال الكميات الصغيرة ذات الأسس العالية، فإن المرء يحصل على :

$$da/a + db/b + dc/c = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = o \quad (١,١٣)$$

أي أنه أثناء التشوه اللدائني اللاانضغاطي، يكون مجموع الانفعالات التزايدية الرئيسية صفراً.

وعلى هذا فإن إحدى نتائج اللاانضغاطية، هي أن النقطة التي تمثل زيادة الانفعال في حيز الانفعال، كما في الشكل رقم (١,٩)، ستكون بصورة دائمة في المستوي π (π-plane). ويمر هذا المستوى عبر نقطة الأصل (نقطة تقاطع محاور الإحداثيات) ويكون العمودي عليه مائلاً بصورة متساوية على جميع محاور الإحداثيات في اتجاه مماثل لمحور الإجهاد الهيدروستاتيكي، (OH)، في مجال الإجهاد، الشكل رقم (١,٤) .أما الخط (OE)، الواقع في المستوى (π)، فغالباً ما يطلق عليه تعبير متجه تزايد الانفعال strain increment vector ؛ ويشير هذا فقط إلى الخط في مجال الانفعال، وليس إلى الانفعال ذاته، والذي هو كمية مُمتَّدة tensor وليس كمية متجهة vector.



الشكل رقم (١,٩). تمثيل تخطيطي لتزايدات الانفعالات الرئيسة في حيز الانفعال.

(٣, ١) العلاقه بين الإجهاد وزيادة الانفعال

Relation between stress and the strain increment

إذا كان عنصر رئيسي صغير يتشوه تحت تأثير بعض حالات الإجهاد، فإن هناك علاقة تكون موجودة بين هذه الإجهادات وزيادات الانفعال. أما إذا افترض أن حالة تصلد عنصر المادة ثابتة أثناء التشوه الصغير، فإن هذا العنصر إما أن يتشوه عند الإجهاد المطبق الحرج وإما أن يكون بصورة أخرى في حالة لدونة نشوئية أولية يحدث فيها خضوع، ولكن دون تشوه يذكر. وهكذا، بخلاف المرونة حيث تكون أية حالة إجهاد مصحوبة بحالة انفعال معينة، بينما في التشوه اللدائني يمكن لحالة الإجهاد أن تكون مصحوبة فقط بنسبة ما من زيادات الانفعال، وليست بمقاديرها الكلية. وقد وجد عن طريق التجربة أن نسبة زيادات الانفعال لا تكون هي ذاتها نسبة الإجهادات، ولكنها بدلاً من ذلك تكون متناسبة مع الإجهادات الانحرافية deviatoric stesses. ومركبات الإجهاد هذه هي :

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_h$$
$$\sigma'_2 = \sigma_2 - \sigma_h \qquad (١, ١٤)$$
$$\sigma'_3 = \sigma_3 - \sigma_h$$

حيث σ_h هي مركبة الإجهاد الهيدروستاتيكي :

$$\sigma_h = (\sigma_1 + \sigma_2 \quad \sigma_3)/3 \qquad (١ ,١٥)$$

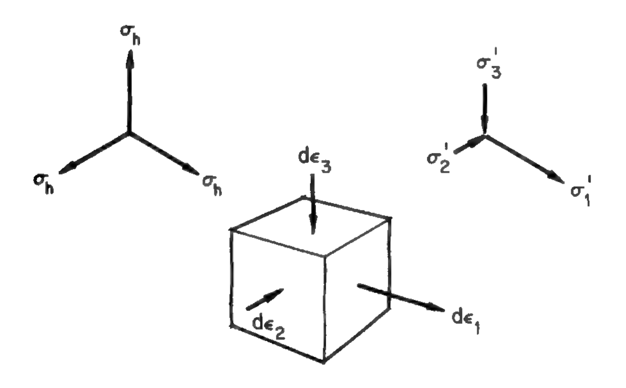
(١ , ٣ , ١) قاعدة الانسياب Flow rule

إن ما يطلق عليه "قاعدة الانسياب" المصاحبة للإجهاد وزيادة الانفعال أثناء التشوه اللدائني هو:

$$d\varepsilon_1/\sigma'_1 = d\varepsilon_2/\sigma'_2 = d\varepsilon_3/\sigma'_3 = d\lambda \qquad (١, ١٦)$$

حيث $(d\lambda)$ ثابت يعتمد مقداره على كمية التشوه .فإذا كان عنصر المادة في حالة خضوع، ولكنه ليس مشوهاً بصورة فعلية، فإن $d\lambda = o$ وإذا كانت $d\lambda \neq o$ فإن زيادات الانفعال الرئيسة يكون لديها نفس الاتجاهات، وتكون قيمها متناسبة مع

الإجهادات الانحرافية كما هو موضح في الشكل رقم (١٠, ١). وغالباً ما يطلق على هذه العلاقة تعبير قاعدة انسياب ليفي – ميسس Levy-Mises flow rule . وكافة حالات الإجهاد تختلف فقط باختلاف مركبات إجهادها الهيدروستاتيكية(σ_h)، واذا أحدثت خضوعاً ستنتج زيادات إنفعال بنفس النسبة .وكذلك فإنه سينجم عن ذلك أنه بما أن الخضوع مستقل عن مركبات الإجهاد الهيدروستاتيكي، فإن قاعدة الخضوع yield criterion يمكن أن يعبر عنها أيضاً بدلالة "مركبات الإجهاد الانحرافي" وبالقيام بتعويض : $\sigma_1' = (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)/3$ ... إلخ.



الشكل رقم (١٠ ,١). تشوه العنصر الرئيسي.

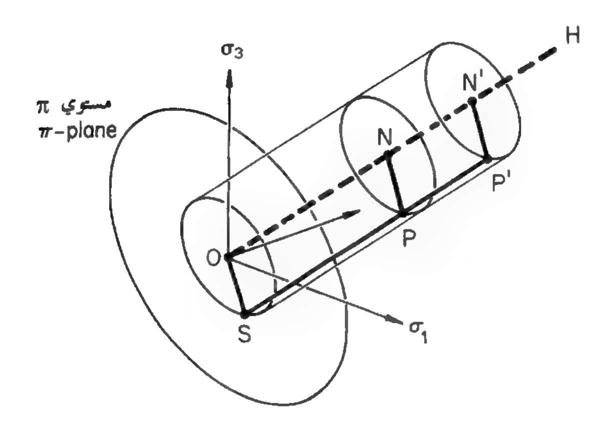
يمكن بيان أن العلاقة،

$$\sqrt{3}/2\left\{\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2\right\}^{1/2} = \sigma_f \qquad (١٧ ,١)$$

مكافئة للمعادلة (٦ ,١)، ولذلك فهي صيغة بديلة لقاعدة خضوع فون ميسس الخاصة بالمواد الآيزوتروبية.

(٢ ,٣ ,١) التمثيل البياني Graphical representation

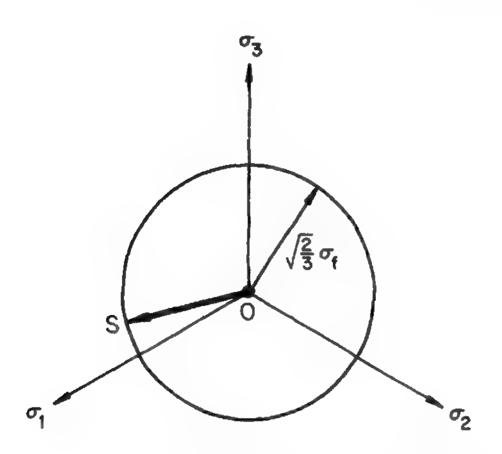
بالنسبة للمواد التي تمثل لقاعدة خضوع فون ميسس، فإن حالات الإجهاد التي تحدث الخضوع تكون واقعة جميعها على سطح الخضوع الأسطواني الموضح في الشكل رقم (١١ ,١).



الشكل رقم (١١ ,١) حالتا الإجهاد (P) و (P′) المشتركة في المسقط (S) في المستوى (π).

فإذا وقعت حالتا إجهاد مختلفتان، ممثلتان بنقطتي (P) و (P′)، على خط مواز لمحور الإجهاد الهيدروستاتيكي (OH)، فإنهما عندئذ سيشتركان في مسقط مشترك (S) على المستوى (π). ويكون إنحراف كل من نقط الإجهاد N′ P′ وNP عن OH هو ذاته، وبالتعويض في المعادلة (١,٥) يكون هو $\sqrt{(2/3)}\sigma_e$ ؛ فإن المركبات الانحرافية للإجهاد تكون هي ذاتها أيضاً لكل من حالات الإجهاد الممثلة بالنقط P و P′ . ويتبع

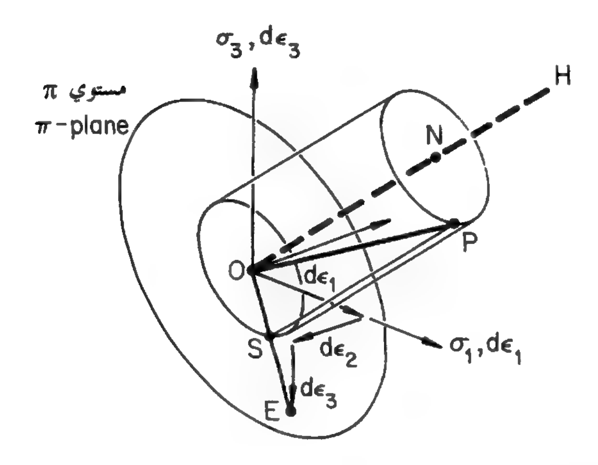
ذلك أيضاً أن المساقط على المستوى π لكل حالات الإجهاد التي تحدث الخضوع في هذا العنصر المعين من المادة ستقع على دائرة في المستوى (π) ذات نصف قطر يساوي $\sqrt{(2/3)}\sigma_f$ كما هو موضح في الشكل رقم (١,١٢) .(في هذا المخطط، لا تقع محاور الإجهاد $O\sigma_1$ و $O\sigma_2$ و $O\sigma_3$ في المستوي (π) ؛ بل إنها تميل على زاوية جيب تمامها cosine هو $\sqrt{(2/3)}$.



الشكل رقم (١٢ ,١). مسقط سطح الخضوع في المستوى (π).

وقد سبق الإيضاح أنه فيما يتعلق بالمادة اللاإنضغاطية بأن متجه الانفعال فيها يكون متجه نصف قطري radial vector في المستوي π كما هو موضح في الشكل رقم (١,٩). أما بالنسبة للمواد الايزوترويية، فإن بالإمكان استخدام قاعدة الانسياب flow rule لبيان أن متجه الانفعال سيكون أيضاً موازياً للمسقط (OS) لمتجه الإجهاد في المستوى (π) كما هو موضح في الشكل رقم (١٣ ,١). ومتجه الانفعال هذا لا يكون

موازياً لمتجه الإجهاد (OP) ، ولكنه مواز لمسقطه .ولمادة تمثل فون ميسس ، فإن متجه الانفعال يكون أيضاً عمودياً على سطح الخضوع عند النقطة (P) التي تمثل حالة الإجهاد .ويمكن توقع هذه الحقيقة استناداً إلى حجج مادية آخرى متعلقة بالشغل المبذول work done أثناء التشويه.



الشكل رقم (١٣ ,١). التمثيل التخطيطي لحالة إجهاد الخضوع σ_3، σ_2، σ_1 في حيزي الإجهاد والانفعال.

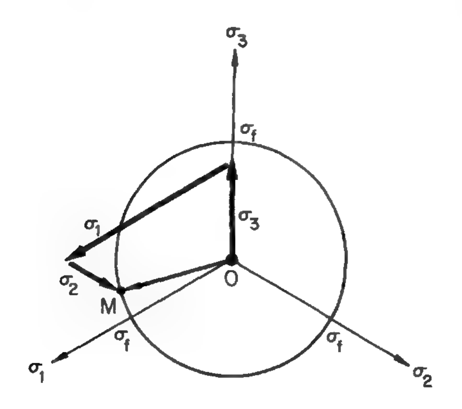
وباختصار، فإن حالة خضوع عنصر المادة الآيزوتروبية يمكن إيضاحه تخطيطياً كما هو مبين في الشكل رقم (١,١٣) حيث تطابقت فيه الإجهادات الرئيسة ومحاور الانفعال. فمتجه الإجهاد، (OP)، يحدد نقطة على سطح الخضوع الاسطواني الذي محوره المركزي هو خط الإجهاد الهيدروستاتيكي (OH). ويقع متجه زيادة الانفعال

(OE) في المستوى (π) ويكون على خط واحد مع (OS)، مسقط (OP) على المستوى (π).

(٣ , ٣ , ١) نظام الإحداثيات المائلة للإجهاد والانفعال

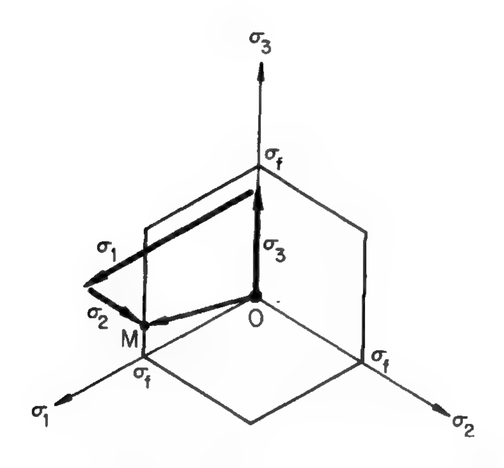
Oblique Coordinate System for Stress and Strain

غالباً ما يكون من المناسب توضيح أساليب التشوه deformation processes في رسوم تخطيطية خاصة، تكون فيها محاور الإحداثيات الثلاثة مائلة بصورة متساوية في مستوى كما هو مبين في الشكل رقم (١٤, ١) فيما يتعلق بالإجهاد. وهذا يشبه الشكل رقم (١٢, ١) الذي تكون فيه إحداثيات الإجهاد الديكارتيّة Cartesian stress coordinates مسقطه، ولكنها تختلف بعامل القياس $\sqrt{(3/2)}$. وعلى هذا ينبغي الانتباه عند استخدام هذا الرسم البياني، لأن النقطة M ذاتها، يمكن أن تمثل عدة حالات إجهاد تختلف فقط في مركبة الإجهاد الهيدروستاتيكي σ_h .



الشكل رقم (١٤ ,١). تخطيط حالة الإجهاد (M) في حيز الإحداثيات المائلة.

ومن أجل تحديد موضع النقطة، (M)، التي تمثل الإجهادات الرئيسة σ_3 وσ_2 و σ_1 فقد تم تجميع إحداثيات الإجهاد على أنها متجهات مائلة كما هو مبين .فإذا كانت حالة الإجهاد حالة خضوع، وكانت المادة تمثل لقاعدة خضوع فون ميسس Von Mises ، فإن النقطة (M) تقع على دائرة نصف قطرها (σ_f) أما إذا كانت المادة تمثل لقاعدة خضوع ترسكا Tresca ، فإن (M) عندئذ تقع على شكل سداسي كما هو مبين في الشكل رقم (١٥ ,١).



الشكل رقم (١٥ ,١). قاعدة الخضوع ترسكا في نظام إحداثيات الإجهاد المائلة.

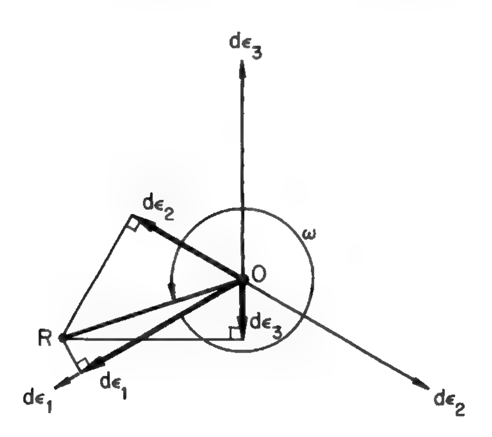
ولدى القيام بتخطيط الرسم البياني للانفعال في محاور مائلة فانه يتم استخدام أسلوب مختلف، كما هو موضح في الشكل رقم (١٦, ١). أما فيما يتعلق بالمواد اللاانضغاطية، فإن زيادات الانفعالات الثلاثة تكون غير مستقلة ؛ فاذا كانت زيادات

الانفعالات ($d\varepsilon_1$) و($d\varepsilon_2$) معروفة، فإن النقطة (R) يتم الحصول عليها من تقاطع المتعامدات .وفي هذا الرسم البياني تكون زيادات الانفعال هي :

$$d\varepsilon_1 = OR \cos \omega$$

$$d\varepsilon_2 = OR \cos (\omega - 120°) = OR\{- ½ \cos \omega + \sqrt{\ } (3/2) \sin \omega\} \quad (١, ١٨)$$

$$d\varepsilon_3 = OR \cos (\omega - 240°) = OR\{- ½ \cos \omega - \sqrt{\ } (3/2) \sin \omega\}$$



الشكل رقم (١٦ ,١). إنشاء (توقيع) النقطة (R) التي تمثل زيادة الانفعال في نظام الإحداثيات المائلة.

ومن الواضح أن هذا الإنشاء يلبي متطلبات شرط اللا انضغاطية ؛ أي :

$$d\varepsilon_3 = - (d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2)$$

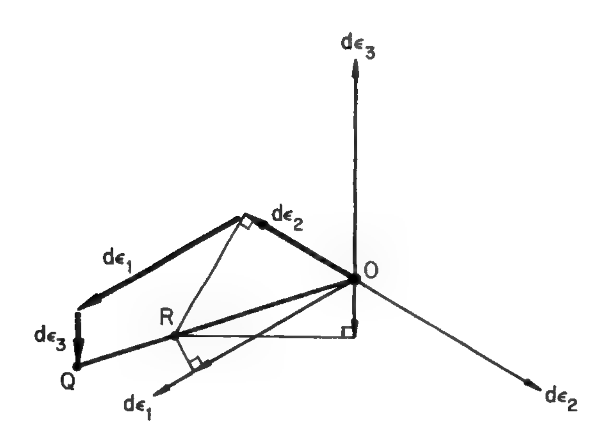
وبتربيع كل من المذكور آنفاً، فإننا نحصل على :

$$d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2 = (3/2) OR^2$$

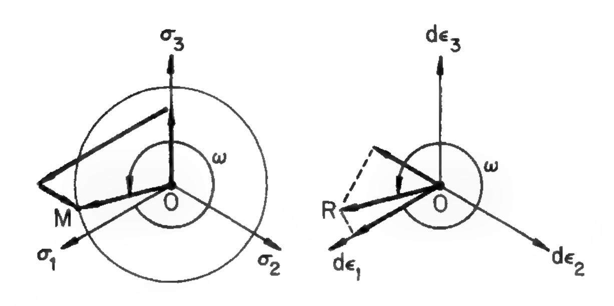
أو:

$$OR = \sqrt{(2/3)}\ OE \qquad (١ ,١٩)$$

حيث (OE) هي مقدار متجه الانفعال في نظام الإحداثيات الديكارتية Cartesian coordinate system، الشكل رقم (٩, ١) .وقد يتم أيضاً إيضاح أنه إذا تم القيام بتجميع الأطوال الممثلة للإحداثيات $d\varepsilon_1$ و $d\varepsilon_2$ و $d\varepsilon_3$ اتجاهيًا، فإن المحصلة (OQ) في الشكل رقم (١٧, ١)، تكون متسامتة وعلى نفس الخط مع (OR)، ولذلك فإن المتجهات المصاحبة (OM) و (OR) في نظام الإحداثيات المائلة تكون متوازية كما هو مبين في الشكل رقم (١٨, ١).



الشكل رقم (١٧, ١). التجميع المتجه لإحداثيات زيادة الانفعال المائلة.



الشكل رقم (١٨ ,١). متجهات الإجهاد والانفعال المتوافقة في نظام الإحداثيات المائلة.

(٤ , ١) زيادة الشغل اللدائني Plastic work increment

في عنصر التشويه المبين في الشكل رقم (٧, ١)، تكون القوى المؤثرة على السطوح الأولية elemental faces هي :

$$\sigma_1 bc\ ;\ \sigma_2 ca\ ;\ \sigma_3 ab$$

و فيما يتعلق بالإزاحات d*a* و db و dc ، فإن الشغل المبذول يكون :

$$dW = \sigma_1 bc\, da + \sigma_2 ca\, db + \sigma_3 ab\, dc \qquad (١ ,٢٠)$$

أي أن الشغل المبذول لكل وحدة حجم هو :

$$dW/abc = \sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3 \qquad (١ , ٢١)$$

حيث $d\varepsilon_1 = da/a$ ، وهكذا.

كذلك فإن الشغل المبذول لوحدة الحجم يمكن التعبير عنه بتعويض المعادلات (١٤ ,١) في المعادلة (٢١, ١)، أي :

$$dW/vol = \sigma'_1 d\varepsilon_1 + \sigma'_2 d\varepsilon_2 + \sigma'_3 d\varepsilon_3 + \sigma_h (d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3) \qquad (١ ,٢٢)$$

أما فيما يتعلق بالمواد اللا انضغاطية فإن الحد الأخير في المعادلة السابقة يكون صفراً. وبإعادة كتابتها في الشكل :

$$dW/vol = [(\sigma'_1\, d\varepsilon_1 + \sigma'_2\, d\varepsilon_2 + \sigma'_3\, d\varepsilon_3)(\sigma'_1\, d\varepsilon_1 + \sigma'_2\, d\varepsilon_2 + \sigma'_3\, d\varepsilon_3)]^{1/2}$$

وبالقيام بالتعويضات من المعادلة (١,١٦) حيث إن :

$$d\varepsilon_1 = d\lambda\sigma'_1 \quad \text{و} \quad \sigma'_1 = d\varepsilon_1 / d\lambda$$

فإننا نحصل على :

$$dW / vol = \{(\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2)(d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2)\}^{1/2} \qquad (١,٢٣)$$

أو :

$$dW/vol = \sigma\, d\varepsilon \qquad (١,٢٤)$$

وبما أن الإجهاد (σ) معروف على أنه الإجهاد الفعال effective ، أو المكافئ equivalent أو التمثيلي representative ، فإنه من المعادلة (١٧, ١) يكون :

$$\sigma = \{3/2(\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2)\}^{1/2} \qquad (١,٢٥)$$

أو من المعادلة (٦, ١) فإن :

$$\sigma = \{1/2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]\}^{1/2} \qquad (١,٢٦)$$

وفي عنصر قيد التشويه :

$$\sigma = \sigma_f$$

وينبغي التمييز بين الإجهاد (σ) الذي هو دالة للتحميل الجاري current loading وبين الإجهاد (σ_f) والذي هو خاصة المادة اللحظية.

وتكون زيادة الانفعال الفعال، أو المكافئ أو التمثيلي هي :

$$d\varepsilon = \{2/3\,(d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2)\}^{1/2} \qquad (١,٢٧)$$

وللمواد المتساوية في إجهاد الانسياب، (σ_f) ، يكون هذا متناسباً مع الشغل المبذول اللدن خلال زيادة التشويه .وبملاحظة أن :

$$(d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3)^2 = d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2 + 2(d\varepsilon_1\, d\varepsilon_2 + d\varepsilon_2\, d\varepsilon_3 + d\varepsilon_3\, d\varepsilon_1) = 0$$

فإنه يمكن كتابة المعادلة (٢٧, ١) للمادة اللا انضغاطية، كالتالي :

$$d\varepsilon = \{2/9[(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2]\}^{1/2} \quad (١ ,٢٨)$$

وهذه الدوال (σ) و (dε)، مستخدمة على نطاق واسع في تحليل أساليب التشكيل forming processes كما يمكن أيضاً إيضاح أنها مساوية للأطوال في نظام الإحداثيات الماثلة في الشكل رقم (١٨, ١)، أي :

$$OM = \sigma \;, \; OR = d\varepsilon \quad (١ ,٢٩)$$

(٥ ,١) تشوه الإجهاد المستوي Plane stress deformation

في معظم أساليب تشكيل الصفائح المعدنية، يكون الإجهاد المتعامد مع السطح كمية مهملة - وقد يكون سطحاً طليقاً free surface أو سطحاً متلامساً مع بعض العدد حيث يكون إجهاد التلامس contact stress جزءاً صغيراً فقط من إجهاد الخضوع .فإذا افترض أن حالة الإجهاد هي :

$$\sigma_1 \;;\; \sigma_2 = \alpha\sigma_1 \;;\; \sigma_3 = 0 \quad (١ ,٣٠)$$

عندئذ تكون لمركبة الإجهاد الهيدروستاتيكي القيمة :

$$\sigma_h = (1 + \alpha)\,\sigma_1/3 \quad (١ ,٣١)$$

وتكون الإجهادات الانحرافية هي :

$$\begin{aligned} \sigma'_1 &= \sigma_1\,(2 - \alpha)/3 \\ \sigma'_2 &= \sigma_1\,(2\alpha - 1)/3 \\ \sigma'_3 &= -\sigma_1\,(1 - \alpha)/3 \end{aligned} \quad (١ ,٣٢)$$

وللمادة الصلبة اللاإنضغاطية، فإن زيادات الانفعال تكون :

$$d\varepsilon_1 \;;\; d\varepsilon_2 = \beta d\varepsilon_1 \;;\; d\varepsilon_3 = -(1+\beta)d\varepsilon_1 \quad (١ ,٣٣)$$

ومن قاعدة الانسياب، والمعادلات (١٦, ١)، و (٣٢, ١) و (٣٣, ١) نحصل على :

$$\alpha = (2\beta + 1)/(2 + \beta) \quad و \quad \beta = (2\alpha - 1)/(2 - \alpha) \quad (١ ,٣٤)$$

وقد تم سابقاً إعطاء قاعدة خضوع فون ميسس في حالة الإجهاد المستوي، بالمعادلة (٩ , ١أ) .وبدلالة نسبة الإجهاد (α)، فإن هذا يمكن وضعه كالتالي :

$$[\{1-\alpha+\alpha^2\}\sigma_1]^{\frac{1}{2}} = \sigma_f \qquad (١ ,٣٥)$$

أما بالنسبة لتشويه الإجهاد المستوي، فإن الإجهاد التمثيلي وزيادات الانفعال يمكن أن تكتب على النحو التالي :

$$\sigma = [\ \{1-\alpha+\alpha^2\}^{\frac{1}{2}}\sigma_1\ ] = [\{3(1+\beta-\beta^2)\}^{\frac{1}{2}}\sigma_1]/(2+\beta) \qquad (١ ,٣٦)$$

و :

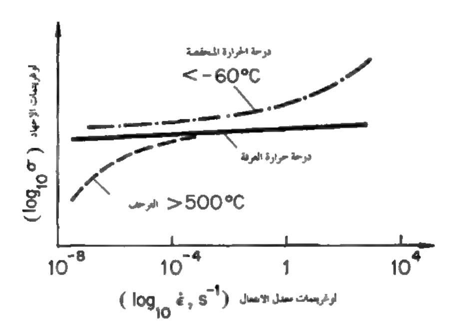
$$d\varepsilon = [(4/3)\{1+\beta+\beta^2\}]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon_1 = 2[(1-\alpha+\alpha^2)^{\frac{1}{2}}\ d\varepsilon_1]/(2-\alpha) \qquad (١ ,٣٧)$$

(٦ , ١) اعتمادية معدل الانفعال Strain rate dependence

لقد افترض في هذا الفصل أن عنصر المادة في بعض الحالات وبعض الأساليب عند درجات حرارة معينة تكون له مقاومة تشوه لدائني يمكن وصفها بإجهاد الخضوع الأحادي المحور، (σ_f) فإذا كانت حالة الإجهاد بحيث أن دالة الإجهاد التمثيلية (σ)، تكون مساوية (σ_f)، فإن المادة قد تتشوه عند قيمة ثابتة من (σ) أثناء زيادة صغيرة من الانفعال .وهذا صحيح بصورة معقولة فيما يتعلق بمعظم المواد في درجة حرارة الغرفة، ولكن فإن الإجهاد المطلوب يكون في بعض الحالات معتمداً على معدل التشويه كما هو مبين في الشكل رقم (١٩ , ١) وعند درجة حرارة عالية، تفوق ٥٠٠°م فيما يتعلق بالفولاذ على سبيل المثال، فإنه يحدث تشوه تزحف creep بالغ البطء عند قيم متدنية للإجهاد المطبق، ويكون معدل انفعال التزحف بالغ الحساسية لمقدار الإجهاد المطبق .أما من الناحية المتطرفة الأخرى، فعند درجات حرارة بالغة التدني أقل من −٦٠°م، فإن مستوى الإجهاد المطلوب لبدء انسياب لدائني يتزايد أيضاً بسرعة مع تزايد معدل التشوه .وكما يمكن أن يلاحظ، فإن الجهد المطلوب لزيادة صغيرة في الانفعال اللدائني plastic strain عند درجة حرارة الغرفة في عنصر مادة ذات صلادة

معينة يكون غير حساس نسبياً لمعدل الانفعال وفي هذا الرسم البياني ، نجد أن معدل الانفعال الفعال هو :

$$\dot{\varepsilon} = \left[(2/3)\{\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_2^3 + \dot{\varepsilon}_3^2\}\right]^{1/2} \qquad (١ ,٣٨)$$



الشكل رقم (١٩ ,١). تأثير معدل الانفعال على الإجهاد الـمطلوب لتشويه أو تشكيل عنصر مادة.

حيث تكون معدلات الانفعال الرئيسة ($\dot{\varepsilon}_1$)... إلخ، معرّفة في المعادلات (١١ ,١) أما في الحالات التي تكون فيها استجابة خضوع المادة معتمدة على معدل التشويه ، فإن الخضوع يمكن وصفه على النحو التالي :

$$\sigma = \sigma_f \, f(\dot{\varepsilon}) \qquad (١ ,٣٩)$$

أما بالنسبة للفولاذ في درجة حرارة الغرفة ، وكما أشير إلى ذلك آنفاً ، يكون غير حساس نسبياً لمعدل الانفعال ، فغالباً ما نستخدم معادلة على الشكل التالي :

$$\sigma = \sigma_f \, (\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_o)^m \qquad (١ ,٤٠)$$

ويكون الأس (m) هو أس (أو دليل) حساسية معدل الانفعال rate sensitivity index ، ويكون بصورة نموذجية ذا قيمة تبلغ حوالي ٠,٠٦ ؛ وتكون ($\dot{\varepsilon}_0$) معدل انفعال اختيارياً يكون عنده (σ_f) معروفاً.

ويكون معدل الشغل اللدائني المبذول لكل وحدة حجم من المعادلة (٢٦, ١) هو :

$$\dot{W}/vol = \sigma\ \dot{\varepsilon} \qquad (١ ,٤١)$$

ويمكن أيضاً كتابة قاعدة الانسياب بدلالة معدلات الانفعال الرئيسة ، وبإجراء تعويضات مماثلة لتلك التي استخدمت في اشتقاق المعادلة (٢٣, ١) يحصل المرء على :

$$\frac{\dot{\varepsilon}_1}{\sigma'_1} = \frac{\dot{\varepsilon}_2}{\sigma'_2} = \frac{\dot{\varepsilon}_3}{\sigma'_3} = \frac{3\dot{\varepsilon}}{2\sigma} \qquad (١ ,٤٢)$$

الفصل الثاني

الانفعالات الكبيرة

Large strains

(١ , ٢) مقدمة **Introduction**

في الفصل الأول تم بحث التشوه اللحظي للعنصر الصغير. وكان قد تم افتراض أن المادة ذات مقاومة ثابتة للانسياب اللدائني أثناء الزيادة الصغيرة في عملية التشوه. وعلى هذا فإن من الضروري بحث كيف يتأتى لهذه الحالة اللحظية أن تتغير مع كل من التشوه الأكبر ومع الوقت؛ كما أن ظواهر متعددة تؤثر على المتانة strength، وقد تم تلخيصها باقتضاب على النحو التالي:

الإصلاد بالانفعال Strain hardening. في معظم المعادن، يحدث التشوه اللدائني عند درجة حرارة الغرفة زيادة في المقاومة تعرف بالإصلاد بالانفعال أو الإصلاد بالشغل (أو بالتشكيل)strain-or work hardening. ويكون معدل الإصلاد في أعلى مستوياته في المواد اللينة ويأخذ في التضاؤل كلما أصبحت المادة أقوى.

الاسترداد وإعادة التبلور Recovery and recrystallization . إن المواد التي كانت قد تقوت بإصلاد الانفعال، ربما تلين بالتسخين إلى درجة حرارة كافية لإحداث إعادة التبلور أو بالإبقاء على المادة عند درجة حرارة دون درجة إعادة التبلور لفترة من الزمن كافية لاستعادة واسترداد التلدين recovery annealing.

إصلاد التعتيق Ageing . تتصلد بعض المواد بمرور الزمن في غياب التشوه. ويتخذ التعتيق (الإصلاد بمرور الزمن) عدة أشكال، فأحياناً يؤثر فقط على مستوى

الإجهاد الذي يحدث عنده التحول المرن إلى اللدائني وفي المواد الأخرى يغير استجابتها بصورة تامة للانسياب flow.

التلف Damage. إن الانسياب اللدائني يعني ضمناً التشوه دون فقد للتماسك أو القوة. وفي المواد الحقيقية لا يتم تحقيق هذه الحالة بصورة دائمة وعندما تتشوه عناصر المادة تحت حالة إجهاد إيجابية أو حالة إجهاد شد هيدروستاتيكي، فإن أساليب التلف تحدث داخل البنية وتؤدي في آخر الأمر إلى حدوث فقد كبير في القوة.

وعلى العموم، فإن العوامل التي تتحكم في حالة المتانة اللحظية لعنصر المادة، بالغة التعقيد، فإضافة إلى الاعتماد على الأساليب الحرارية والميكانيكية التي يكون العنصر قد اخضع لها، فإن المقاومة أيضاً يمكن أن تكون لها خصائص وراثية بمعنى أن الخصائص لا يمكن اعتبارها تماماً دالة للحالة، وأن الاستجابة اللاحقة قد تكون متأثرة إلى حد بعيد بأساليب التشوه السابقة. وعلى هذا فإن المحاولات التي تم القيام بها لتطوير كافة القوانين التكوينية constitutive laws الشاملة التي تصف تطور الحالة اللحظية لم تكن ناجحة، ومن الضروري استخدام قوانين أبسط يمكن أن تفسر الخصائص الكبرى ضمن مدى محدد. وعلى هذا فإن أهم ظاهرة مادية في دراسة أساليب الصفائح المعدنية هي ظاهرة الإصلاد بالإنفعال strain hardening، وفي هذا الكتاب أهملنا كل الأساليب الأخرى التي تؤثر على متانة عنصر المادة. ومن أجل تطوير نظرية الإصلاد بالانفعال من الضروري أن يطور أولاً وصف منطقي متسلسل للانفعال الكبير large strain.

(٢ , ٢) الانفعالات الكبيرة Large strains

لقد سبق وأن تم تعريف الانفعال التزايدي incremental strain في الفصل السابق. فزيادات الانفعال المتتابعة تؤدي إلى نتيجتين، إحداهما هي التغير في الحالة اللحظية للمادة (الإصلاد الانفعالي) والأخرى هي التغير الكلي في شكل الجسم. ولسوء الحظ، فإن هاتين النتيجتين لا تسيران معاً. ولنبحث أحد الأمثلة المتطرفة: فإذا كانت إحدى زيادات الانفعال هي عكس الزيادة السابقة لها، فسوف لا يكون هناك تغيير

كلي في الشكل، ومع هذا فإن صلادة المادة ستزيد، ولزيادة تعقيد للمسألة، فقد وجد أن معدل الإصلاد بعد زيادات الانفعال المتابعة في أحد الاتجاهات فقط يكون مختلفاً عن ذلك الذي تمت مشاهدته عندما تحدث زيادات انفعال معكوسة reversals. ولذلك، فإن ما ينتج هو انه حتى إذا تم إهمال كل الظواهر المادية ماعدا الإصلاد الانفعالي، فإن باستطاعتنا عندئذ فقط أن نقوم بتطوير نظرية لدونة theory of plasticity مبنية على الافتراض القائل إن الصلادة اللحظية تعتمد فقط على الانفعال المتراكم إذا حَدَدنا طبيعة أسلوب الانفعال. وهذا يعني أن قانوناً ما يعطي المتانة اللحظية H على شكل المعادلة التالية:

$$H = f\{\int d\varepsilon\} \qquad (٢,١)$$

ولا يمكن تطبيقه إلا في نطاق محدود فقط. لذلك، فإن من الحكمة بمكان القيام بفحص طبيعة الانفعال في الأساليب النمطية، وخاصة تلك المستخدمة في الاختبارات الميكانيكية، مثل اختبار الشد والضغط الأحادي المحور.

وسنتناول بالبحث اختبار شد شريحة تكون فيها المقاييس الأولى لمقاطعها بطول وعرض وسماكة تبلغ (t_o) و(w_o) و (l_o) على التوالي، وقد تم تشويهها تحت حمل شد (P) كما هو موضح في الشكل رقم (١ ,٢). ولدى القيام بالفحص، فإن الاتجاهات الرئيسة ستكون كما هو موضح وتكون زيادات الانفعال الرئيسة على التوالي:

$$d\varepsilon_1 = dl/l\ ,\ d\varepsilon_2 = dw/w\ ,\ d\varepsilon_3 = dt/t \qquad (٢,٢)$$

على افتراض أن التشوه كان متجانساً homogeneous، أي أنه موزع بصورة منتظمة في كافة أجزاء الحجم.

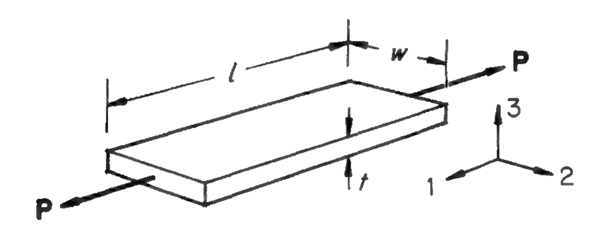
من الواضح أن الإجهادات الرئيسة هي:

$$\sigma_1 = P/wt\ ;\ \sigma_2 = o\ ;\ \sigma_3 = o \qquad (٢,٣)$$

وبما أن هذا هو أسلوب إجهاد مستو تكون فيه(α) في المعادلة (١ ,٣٠) صفراً، فإنه وحسب المعادلة (١,٣٤) فإن $\beta = -½$ ، بحيث إنه في الصفائح الآيزوتروبية يكون:

$$d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3 = -d\varepsilon_1/2 \qquad (٢\,,٤)$$

وعلى هذا فإن التناسب سيبقى ثابتاً بين زيادات الانفعال في هذا الأسلوب.



الشكل رقم (١ ,٢). تشوه الشد الأحادي المحور للشريط (الشريحة).

وفي مثل هذا الأسلوب، الذي تكون فيه نسبة الانفعال (β) ثابتة باستمرار، ولا يوجد هناك أي عكس للحمل، فإن تكامل زيادة الانفعال يكون ذا أهمية خاصة ويعبر عنه بالانفعال الحقيقي true strain أو الطبيعي natural strain، (ε) حيث:

$$\varepsilon_1 = \int d\varepsilon_1 = \int_{l_0}^{l} dl/l = \ln(l/l_0)\,;\ \varepsilon_2 = \ln(w/w_0)\,;\ \varepsilon_1 = \ln(t/t_0) \qquad (٢\,,٥)$$

وهناك سمة مميزة أخرى لهذا التشوه ذات أهمية .ففي خلال القيام بالعملية بأكملها، يبقى اتجاه الإجهادات الرئيسة ثابتاً بالنسبة للعنصر المادي. ومن الواضح أن هذا الأمر بالغ الأهمية لأنه لو أن حمل الشد أثناء إجراء الاختبار، على سبيل المثال، كان قد تغير من الاتجاه ١ إلى الاتجاه ٢ (العرض)، فسوف يكون، نتيجة لذلك، انعكاس في الأسلوب.

وينتمي تشوه الشد الأحادي المحور المنتظم إلى نوع معين من الأساليب حيث:

١ - تبقى نسبة زيادات الانفعالات ثابتة.

٢ - يكون الأسلوب رتيباً (على وتيرة واحدة) monotonic أي لا توجد انعكاسات reversals.

٣ - تبقى الاتجاهات الرئيسة ثابتة بالنسبة للمادة.

ويطلق على مثل هذا الأسلوب، النمط المتناسب الخالص proportional , pure mode، وهو الأسلوب الوحيد الذي تم تطوير نظرية إصلاد انفعالي للدونة بسيطة خاصة به .وقد يتم تشويه عناصر المادة بصورة تقريبية بهذه الطريقة في بعض أساليب التشكيل forming processes الصناعية، إلا أن هناك بعض الاستثناءات .فالموثوقية reliability لأي تنبؤ نظري مرتبطة بصورة وثيقة بالمدى الذي تتشوه فيه كافة عناصر قطعة الشغل في نمط متناسب خالص.

أما الأساليب التي لا تتشوه فيها العناصر بهذه الطريقة، فينبغي تحليلها بنمط تزايدي، ومثل هذه التحليلات تكون طويلة، وبغياب معلومات مادية موثقة، فإنها لا تكون مفيدة جداً . ومن الناحية الأخرى يمكن الحصول على إرشاد مفيد من تطبق النظرية البسيطة على الأساليب التي تخضع تقريباً لهذا النمط . وعلى هذا فإنه في كافة التطورات اللاحقة، ما لم يكن ذلك مستثنى بصورة محددة، فإنه سيكون من المسلم به أن مثل هذه النظرية يمكن تطبيقها.

نتناول بالبحث عنصراً في الشكل رقم (٢, ٢) يمر في أسلوب تشويه متناسب خالص . (ومن أجل التبسيط تم توضيح اتجاهين رئيسيين فقط في الرسم البياني) . الأبعاد الأولية للعنصر الرئيسي هي: a_0 و b_0 و c_0، حيث (c_0) يكون متعامداً مع مستوى الرسم البياني، وأثناء التشوه تكون زيادات الانفعال هي:

$$d\varepsilon_1 = da/a \quad , \quad d\varepsilon_2 = db/b \quad , \quad d\varepsilon_3 = dc/c \qquad (٢, ٦)$$

وتبقى هذه في تناسب ثابت.

ويمكن بيان أنه في حالة النمط التناسبي الخالص، وبالطبع في هذا النمط فقط، فإن العنصر الرئيسي الأولي يبقى متعامداً orthogonal ولا يدور. ولأن هذا الأسلوب هو

أيضاً رتيب فإن الانفعالات الرئيسة الإجمالية أو المتكاملة يتم الحصول عليها بواسطة تكامل زيادات الانفعال في المعادلة (٦, ٢) أي:

$$\varepsilon_1 = \ln(a/a_o)\ ,\ \varepsilon_2 = \ln(b/b_o)\ ,\ \varepsilon_2 = \ln(c/c_o) \quad (٢\ ,٧)$$

وفيما يتعلق بالمواد الصلبة اللاانضغاطية، فبما أن:

$$abc = a_o b_o c_o \quad (٢\ ,٨)$$

فإنه سينتج عن هذا أن:

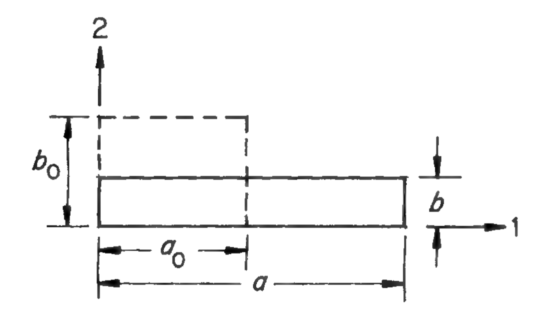
$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 \quad (٢\ ,٩)$$

ويمكن أيضاً بيان أنه توجد هناك دالة انفعال كبير تمثيلي أو فعال:

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \{(2/3)(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)\}^{1/2} \quad (\text{أ}\ ٢\ ,١٠)$$

$$= \{(2/9)[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]\}^{1/2} \quad (\text{ب}\ ٢\ ,١٠)$$

حيث تعطى $(d\varepsilon)$ بواسطة المعادلتين (٢٧, ١) و (٢٨, ١).



الشكل رقم (٢, ٢) التشوه الكبير لعنصر رئيسي.

(٣ , ٢) إصلاد الانفعال أو الشغل Strain-or work-hardening

في النظرية المقدمة، من المفروض أن تكون المادة أيزوتروبية، بمعنى أنه بغض النظر عن اتجاه الاتجاهات الرئيسة داخل عنصر المادة، فإن الاستجابة لحالة إجهاد مفروضة تكون هي ذاتها. أما بالنسبة للمواد الحقيقية فإن هذا يكون أمراً تقريبياً، ولكنه غالباً ما يكون مقبولاً. وكما تم بيانه آنفاً، فإن الخاصية المميزة للمادة، والتي لها الأهمية الرئيسة في تشكيل الصفائح المعدنية، هو سلوك إصلادها بالانفعال. وهذا أيضاً من المفروض أن يكون إصلاداً آيزوتروبياً لا يكون معتمداً على الاتجاه الذي تم تشكيل المادة عليه. فمثلاً فيما تتعلق بالدلفنة على البارد cold rolling في الشريحة الملدنة annealed، فإنها ستكون قد طوّعت وإستطالت في اتجاه واحد فقط - على طول الشريحة. ويفترض الإصلاد بالانفعال الآيزوتروبي لشرائح الشد التي يتم تقطيعها في اتجاهات مختلفة من الصفائح، أنها ستخضع كلها عند نفس الإجهاد.

أما فيما يتعلق بالمعادن الشائعة وسبائكها، فقد وجد بالتجربة أنه في الأساليب التناسبية الخالصة، يكون التصليد دالة فقط بالشغل المبذول لكل وحدة حجم على العنصر المادي، كما أنه ـ في التقريب الأول ـ يكون مستقلاً عن أية ناحية من نواحي أساليب الانفعال، أي أن:

$$H = H\left(\int \sigma d\varepsilon\right) \qquad (٢, ١١)$$

وتكون الكمية المناسبة لتمثيل حالة المتانة اللحظية لعنصر المادة هو إجهاد انسيابها، (σ_f) (أو إجهاد الخضوع الأحادي المحور). وكما تم بيانه آنفاً، فإنه أثناء التشوه اللدائني، يكون الإجهاد التمثيلي (σ) مساوياً تماماً لإجهاد الانسياب (σ_f) للمادة الآيزوتروبية. وتعويض $\sigma_f = \sigma$ بدلاً من H في المعادلة (١١ , ٢)، يبين أنه بالنسبة لمادة معينة ذات خواص آيزوتروبية تم تشويهها بنمط التشويه المتناسب الخالص، فإن هناك علاقة فريدة بين إجهاد الانسياب (σ_f) والانفعال التمثيلي، أي أن:

$$\sigma_f = f(\varepsilon) \qquad (٢, ١٢)$$

وفي اختبار الشد الأحادي المحور، تم سابقاً بيان أن الإجهادات الرئيسة والانفعالات كانت على النحو التالي:

$$\sigma_1 = P/wt \qquad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$
$$\varepsilon_1 = \ln(l/l_o) \qquad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_1$$

ويتعويض هذه القيم بالتعابير المعطاة للإجهاد التمثيلي والانفعال، فإن المعادلتين (٢٥, ١) و (١٠, ٢) تبينان أنه في الشد الأحادي المحور يكون:

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_f \quad ; \quad \varepsilon = \varepsilon_1 \qquad (٢, ١٣)$$

ولذلك فإن دالة الإجهاد - الانفعال العامة للمادة الآيزوتروبية هي:

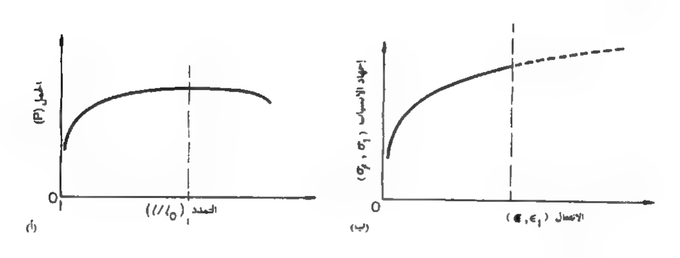
$$\sigma_f = f(\varepsilon)$$

وهي متطابقة مع منحنى انفعال الإجهاد الأحادي المحور.

كذلك فإن أي أسلوب تشويه متناسب خالص يمكن فيه للإجهاد والانفعال أن يتحددا بصورة واضحة جلية، فإنه يمكن استخدامه أيضاً اختباراً ميكانيكياً من أجل الحصول على منحنى إجهاد - انفعال، المعادلة (١٢, ٢)، وزيادة على هذا، فإن هذا المنحنى يقرر المتانة اللحظية عند نقطة معينة أثناء إجراء أي أسلوب متناسب خالص آخر. ويمكن إدراك أن الاختبارات يمكن القيام بها في أساليب لم تكن متناسبة خالصة. ومن الأمثلة على ذلك التشوه الذي يتم في حالة القص البسيط simple shear كالذي يحدث في ليّ twisting الأنابيب ذات الجدران الرقيقة أو في اختبار الالتواء في المستوى in-plane torsion. وفي وقت لاحق سيتم إيضاح أنه في مثل هذه الاختبارات نجد أن المحاور الرئيسة تدور تبعاً لعنصر المادة كما أن معدل الإصلاد قد يختلف عن ذلك الموجود في الأسلوب المتناسب الخالص. ومن المتوقع أنه في مثل هذا الأسلوب قد يوجد معدل إصلاد خاص "بكل" أسلوب، كما أن علاقة إجهاد- انفعال عامة مثل تلك المعطاة بالمعادلة (١٢, ٢) سوف لا يكون لها وجود.

أما في اختبار الشد، فإن منحنى نمطياً لعلاقة الحمل والاستطالة يكون كما هو مبين في الشكل رقم (٣, ٢) .ويتم أثناء التشوه المتجانس تطبيق المعادلات الخاصة

بالإجهاد والانفعال الحقيقي (٢, ٢) و (٣, ٢)، أي حتى نقطة أقصى حمل، كما أن باستطاعة المرء على مدى هذا الانفعال الحصول على منحنى الإجهاد - والانفعال الحقيقي المبين .(ومن المتوقع أن تستمر المادة في التصلد إلى ما وراء حدود هذا المنحنى كما هو موضح بالخط المتقطع، ولكن مثل هذه المعلومة لا يمكن الحصول عليها إلا بطريقة أخرى). وكما سبق وتم بيانه، فيما يتعلق بالمادة الآيزوتروبية، فإن هذا المنحنى مطابق ومماثل لمنحنى الإجهاد - والانفعال العام، $\sigma_f = f(\varepsilon)$، كما أن دالة مناسبة يمكن الحصول عليها بواسطة توفيق المنحنى curve fitting. وفيما يلي إيضاح لعدة حلول وإمكانيات.



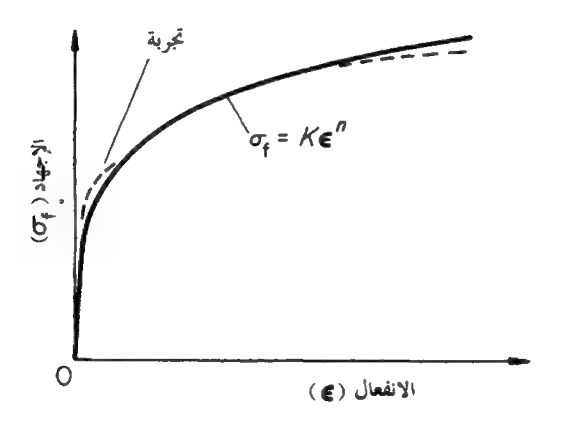
الشكل رقم (٣, ٢). (أ) رسم بياني للحمل والاستطالة في الشد البسيط.
(ب) منحنى الإجهاد والانفعال الحقيقي المستنبط من (أ).

القانون الأُسّي (قانون القوة) Power law: في المواد الملدنة، قد يزداد إجهاد الانسياب بسرعة فائقة لدى بداية التشوه اللدائني بحيث أن المعادلة:

$$\sigma_f = k\varepsilon^n \qquad (٢,١٤)$$

قد تتوافق تماماً مع البيانات data. وكما تم بيانه في الشكل رقم (٤ , ٢)، فإن هذا المنحنى لا يبين نقطة خضوع أولية واضحة وحادة. وعند الانفعالات العالية، يبقى

معدل التصليد إيجابياً، ومع هذا فإنه إذا حدث تلف damage كما في المواد الحقيقية، فإن هذه المعادلة قد تبالغ في تقدير قيمة المنحنى الفعلي. ويتوافق المنحنى مع منحنى الإجهاد - والانفعال الخاص بالعديد من المواد اللينة بصورة جيدة إلى أقصى مدى في الانفعالات فوق نحو ١٪ كما أن الأس (n) يكون مؤشراً مناسباً للمعدل الذي تتصلد فيه المادة. ويعرف هذا بأنه أس (دليل) الإصلاد بالانفعال "Strain hardening index"، وفيما يتعلق بالفولاذ المتدني الكربون يكون له قيمة تتراوح بين ٠,٢٠ و ٠,٢٢.



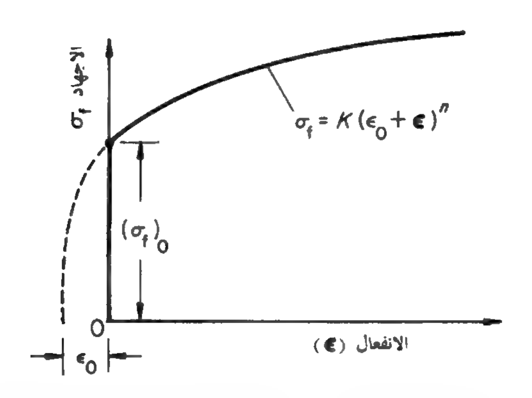
الشكل رقم (٤, ٢). رسم توضيحي لتوافق القانون الأسي $\sigma_f = k\varepsilon^n$، مع منحنى إجهاد وانفعال تجريبي.

بينما بالنسبة للمواد العالية الإصلاد بالانفعال مثل النحاس الأصفر brass أو الفولاذ الأوستينيتي الذي لا يصدأ austenitic stainless steel فقد تتجاوز القيمة ٠,٣.

المواد المسبقة الانفعال Pre-strained materials. هناك تعبير قد يتوافق مع المواد المسبقة الانفعال أو المشكلة على البارد هو:

$$\sigma_f - k(\varepsilon_o + \varepsilon)^n \qquad (٢,١٥)$$

إن ثابت المادة (ε_o) يمكن اعتباره على أنه يشير إلى كمية الانفعال المسبق للعينة ويتم الحصول على المنحنى عن طريق نقل محور الانفعال بمقدار (ε_o)، كما هو موضح في الشكل رقم (٥ ,٢).



الشكل رقم (٥ ,٢). علاقة إجهاد وانفعال تجريبية لـمادة مسبقة الانفعال.

وإحدى مزايا هذا القانون هي انه يوجد هناك إجهاد خضوع أولي واضح يتحدد من المعادلة :

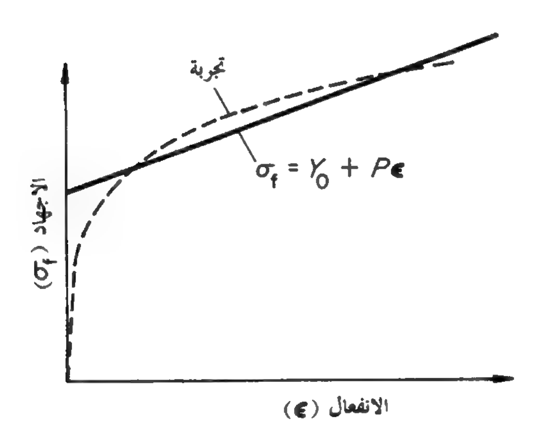
$$(\sigma_f)_o = k\varepsilon_o^n \qquad (٢,١٦)$$

وفي هذه الأمثلة، يكون الانفعال المرن elastic strain مهملاً.

إصلاد انفعال خطي Linear strain hardening: بالرغم من أن منحنيات الإجهاد - والانفعال نادراً ما تكون خطية على مدى واسع من الانفعال، فإن التقريب الخطي :

$$\sigma_f = Y_o + P\varepsilon \qquad (٢,١٧)$$

غالباً ما يكون مناسباً. وقد تم إيضاح هذا الأمر في الشكل رقم (٢,٦)، وغالباً ما يستخدم عندما يكون الانفعال اللدائني الإجمالي قيد البحث عبارة عن نسبة مئوية صغيرة فقط.



الشكل رقم (٦ ,٢). رسم توضيحي لقانون الإصلاد بالانفعال الخطي.

الجامد التام اللدونة Perfectly plastic solid. إذا تم إهمال الإصلاد الانفعالي إهمالاً تاماً، فإن قانون الإجهاد -والانفعال يصبح:

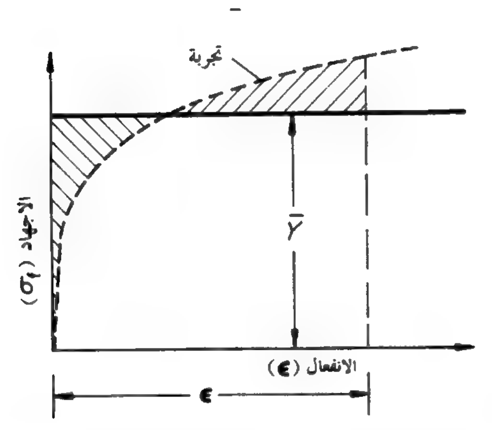
$$\sigma_f = Y \qquad (٢,١٨)$$

وغالباً ما يفترض هذا في التحليلات البسيطة حتى لو كان الإصلاد بالانفعال موجوداً. فإذا كان مدى الانفعال في الأسلوب معروفاً، فإن متوسط إجهاد الخضوع (Y)

يمكن اختيـاره بحيث يكون الشغل المبذول لكل وحدة حجم في الأسلوب الحقيقي مساوياً لذلك الذي تم بذله للمادة المفروضة، أي أن:

$$\int_{0}^{\varepsilon} \sigma_f \, d\varepsilon = \bar{Y}\varepsilon \qquad (٢,١٩)$$

كما هو موضح في الشكل رقم (٧ , ٢). ويطلق على المادة التي لا يوجد فيها إصلاد انفعالي تعبير مادة صلبة تامة اللدونة.



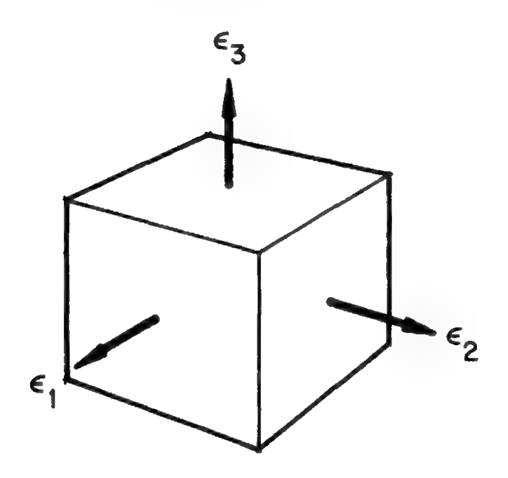
الشكل رقم (٧ , ٢). تحديد متوسط إجهاد الخضوع ($\bar{Y}$) باستخدام قاعدة شغل متساوية.

(٤ , ٢) الاستطالات الكبيرة ومركباتها

Large elongations and their components

إن تقرير الانفعالات الرئيسة الكبيرة (ε_1) و (ε_2) و(ε_3) من التشويه الكبير للعنصر الرئيسي المبين في الشكل رقم (٨, ٢) قد تم وصفه في الفقرة (٢, ٢). فالعنصر المتعامد orthogonal element الذي لا يكون رئيساً لا يبقى متعامداً أثناء التشوه الكبير

ولا توجد هناك أية طريقة مناسبة يمكن بواسطتها تحليل الانفعالات الطبيعية الرئيسة إلى مكونات ديكارتية (كارتيزية) cartesian كما هو الحال بالنسبة للانفعالات الصغيرة . أما فيما يتعلق بأنماط التشوه المتناسب الخالص، فقد تم تطوير طريقة تتناول العناصر غير الرئيسة . وهذا الأمر مبني على التعريف التالي البديل للانفعال.



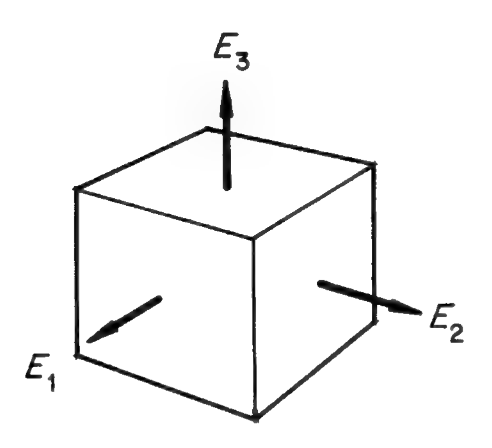
الشكل رقم (٨, ٢). الانفعالات الرئيسة الكبيرة.

يمكن وصف التشوه الكبير للعنصر الرئيسي بواسطة الإستطالات الرئيسة أو الانفعالات الهندسية الكبيرة، (E) ، كما هو موضح في الشكل رقم (٩, ٢). وفي التعبيرات المستخدمة في الرسم البياني (٢, ٢) قد تم تحديدها على النحو التالي:

$$E_1 - (a - a_o)/ a_o \; ; E_2 = (b - b_o)/b_o \; , E_3 = (c - c_o)/c_o \qquad (٢٠, ٢أ)$$

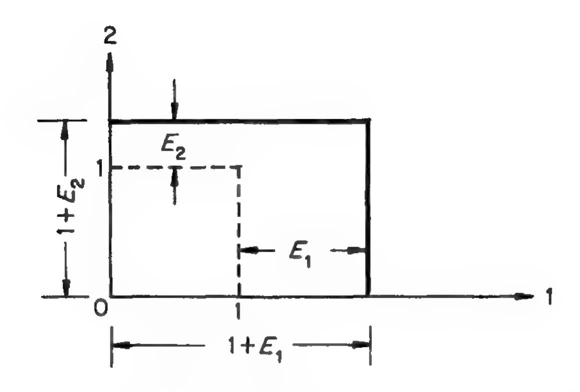
أما الانفعالات الهندسية الكبيرة الرئيسة فترتبط بالانفعال الطبيعي الرئيسي أو الانفعالات الحقيقية بواسطة :

$$\varepsilon = \ln (1 + E) \qquad (٢,٢٠ب)$$



الشكل رقم (٩, ٢). التشوه الكبير في العنصر الرئيسي بدلالة الاستطالة الرئيسة (E).

وكما حدث بالنسبة للانفعالات الطبيعية الرئيسة (ε) فإن لهذه الانفعالات أهمية فقط إذا كان أسلوب التشوه أسلوباً متناسباً خالصاً. لأنها تحدد الزيادة لكل وحدة طول أصلي من وحدات العنصر في النمط المتناسب الخالص كما وضحت على بعدين في الشكل رقم (٢,١٠) . وبما أن المنطقة تتشوه وفقاً للنمط المتناسب الخالص، فإن العنصر يبقى متعامداً كما تبقى الاتجاهات الرئيسة ثابتة بالنسبة لعنصر المادة.



الشكل رقم (١٠ , ٢). التشوه الكبير لعنصر رئيسي ذي وحدة بدلالة الاستطالة الرئيسة.

وهذا يعني ـ من الناحية الطبيعية والمادية ـ أن الخطوط التي عُلّمت على العنصر في الاتجاهين ١ و ٢ ستبقى مستقيمة إذا كان التشوه متجانساً (أي موزعاً بانتظام عبر المنطقة بأكملها)، ومتعامداً إذا كان الأسلوب متناسباً خالصاً.

وقد نأخذ الاتجاهات ١ و ٢ على أنها مرجع، وندل عليها على أنها (OX) و (OY)، كما في الشكل رقم (١١ , ٢)، ونقوم بفحص تشوه أحد أزواج الخطوط ذات الوحدة المتعامدة بصورة أولية في هذه المنطقة المتجانسة. وهذا الزوج من الخطوط هو الذي يحدد المحاور الديكارتية العامة التي تكون اتجاهاتها قد تمت بحيث يكون المحور الرئيسي OX قد أدخل وجعل على زاوية موجبة (θ) وعلى هذا فإن الإزاحة لأية نقطة نوعية generic (X,Y)، P إلى النقطة P′ في المجال المتجانس تعطى بـ:

$$\begin{pmatrix}\Delta X\\ \Delta Y\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}E_1 & 0\\ 0 & E_2\end{vmatrix}\begin{pmatrix}X\\ Y\end{pmatrix} \qquad (٢ , ٢١)$$

وتكون هذه الإزاحات في المحاور (O_x) و (O_y) هي :

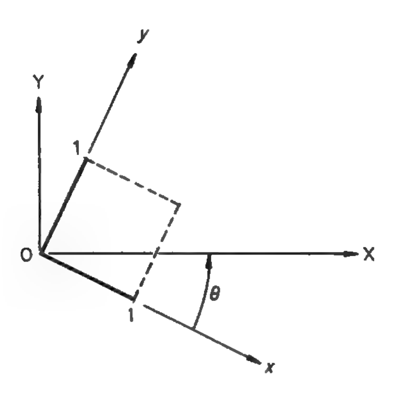
$$\begin{pmatrix}\Delta x\\ \Delta y\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{vmatrix}\begin{pmatrix}\Delta X\\ \Delta Y\end{pmatrix} \qquad (٢ , ٢٢)$$

بينما الإحداثيات (X) و (Y) يمكن إعطاؤها على النحو التالي :

$$\begin{pmatrix}X\\ Y\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{vmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} \qquad (٢ , ٢٣)$$

ولزوج الخطوط ذات الوحدة، فالإحداثيات هي:

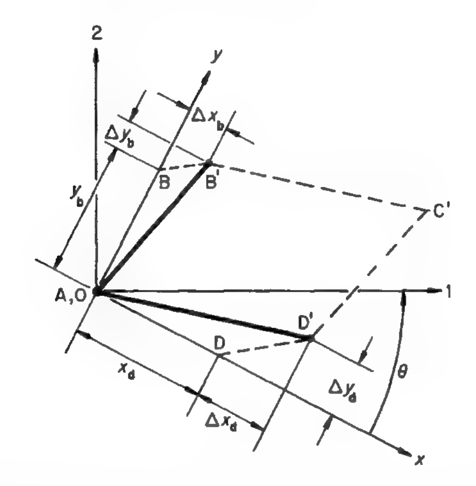
$$x_b = 0 \quad , \quad y_b = 1$$
$$x_d = 1 \quad , \quad y_d = 0 \qquad (٢ , ٢٤)$$



الشكل رقم (١١ ,٢). تشوه لزوج خطوط متعامدة غير رئيسة.

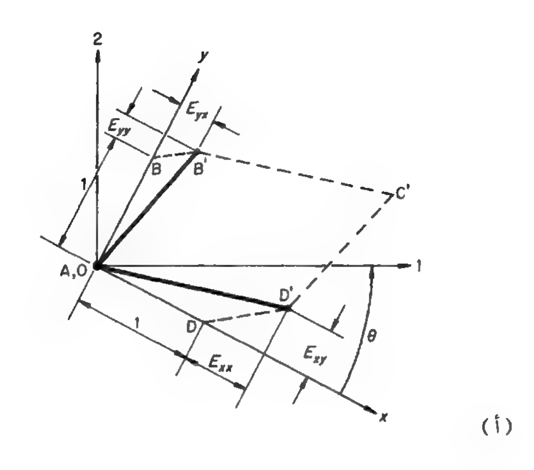
وبالتعويض في المعادلات المذكورة أعلاه فإننا نحصل على الإزاحة للعقد nodes نسبة للمحاور الأولية المتعامدة غير الرئيسة كما هو مبين في الشكل رقم (١٢ , ٢) أي:

$$\Delta x_d = E_1 \cos^2\theta + E_2 \sin^2\theta = E_{xx}$$
$$\Delta_{yd} = (E_1 - E_2) \sin 2\theta / 2 = E_{xy} \quad (٢ ,٢٥)$$
$$\Delta_{yb} = E_1 \sin^2\theta + E_2 \cos^2\theta = E_{yy}$$
$$\Delta x_b = (E_1 - E_2) \sin 2\theta / 2 = E_{yx}$$

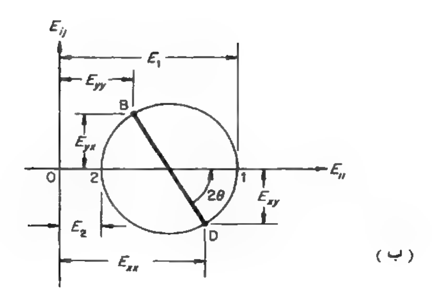


الشكل رقم (١٢ , ٢). التشوه الكبير لزوج من الخطوط ذات الوحدة المتعامدة (OD) و (OB) بالنسبة لمحاور ثابتة غير رئيسة (OY) و (OX).

وهذه المعادلات تبين بصورة مناسبة المركبات الديكارتية للانفعال الهندسي الكبير كما هو مبين في الشكل رقم (١٣ , ٢). وبخلاف الانفعالات الصغيرة، فإن هذه قد تم تحديدها بدلالات إسقاطات projections وتحولات offsets الإزاحات . وسيلاحظ أيضاً أن مركبات انفعال القص متساوية، أي أن $E_{xy} = E_{yx}$ بينما زوايا الدوران ليست كذلك، أي أن $BAB' \neq DAD'$. ومن المعادلة (٢٥ , ٢)، قد يعبر عن الانفعالات الهندسية الرئيسة على النحو التالي:



(أ)



(ب)

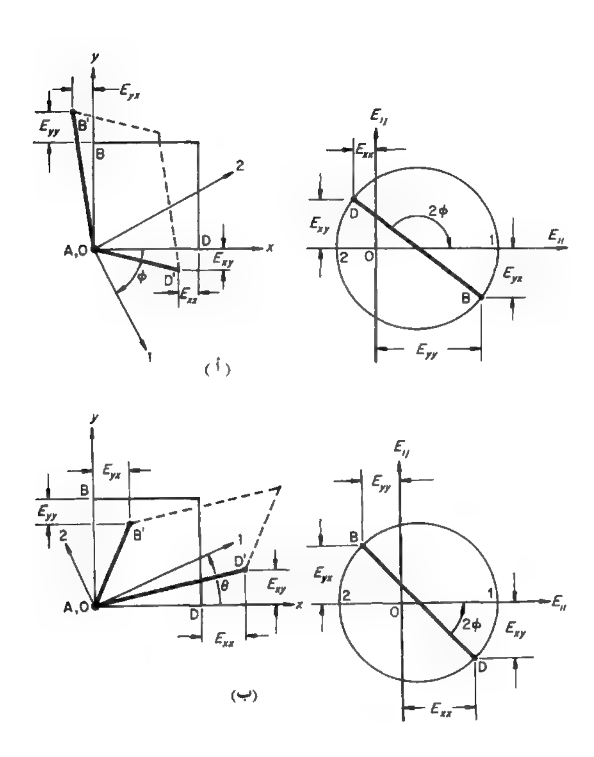
الشكل رقم (٢, ١٣). مركبات الاستطالة الديكارتية للانفعال وتمثيلها في دائرة مور للاستطالة.

$$E_{1,2} = \frac{E_{xx} + E_{yy}}{2} \pm \left[\left(\frac{E_{xx} - E_{yy}}{2} \right)^2 + E^2{}_{xy} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (٢ , ٢٦)$$

و:

$$\tan 2\theta = \frac{2E_{xy}}{E_{xx} - E_{yy}} \quad (٢ , ٢٧)$$

ومن الواضح أن هذه الانفعالات الهندسية الكبيرة تتحول بطريقة مماثلة للانفعالات الصغيرة كما يمكن استخدام دائرة مور للانفعال الهندسي الكبير كما هو موضح في الشكل رقم (١٣, ٢ ب). وينبغي بذل عناية خاصة في اختيار الاتجاه المناسب لـ (θ) كما أن وجود اصطلاح للإشارات sign convention أمر ضروري في رسم دائرة مور، كما في الشكل رقم (١٣, ٢ب). والمصطلحات الواضحة هي أن الدوران في الدائرة من (D) إلى (I) ينبغي أن يكون في نفس الاتجاه كما هي الحال بالنسبة للمستوى المادي physical plane (ولكن بضعف المقدار)، وانه إذا ازداد المسقط في الطول كما هي الحال في الاتجاه (x) فإن الاستطالة (E) تكون شدا وموجبة. أما المصطلح الأقل وضوحاً فيكون في رسم مركبات القص. والمصطلح المستخدم هنا هو انه إذا كان الخط أثناء التشوه يدور في عكس اتجاه عقارب الساعة، فإن مركبة القص (E_{xy}) ترسم تحت المحور. أما إذا كان يدور في اتجاه عقارب الساعة فإنها عندئذ ترسم فوق المحور. وفي حالة تراكب superimposing العنصر المشوه على العنصر غير المشوه، فإن الاتجاه المناسب عندئذ يكون هو الذي يعطي إزاحات offsets متساوية أي $E_{xy} = E_{yx}$ كما هو مبين في الشكل رقم (١٤, ٢). أما الزاوية (D′ AB′) فإما أن تكون زاوية منفرجة كما هي في (أ) أو زاوية حادة كما هي في (ب). وفي الشكل رقم (١٤, ٢أ) بما أن (AD) يدور في اتجاه عقارب الساعة، بالنسبة لعنصر المادة أثناء التشوه، فإن النقطة (D) في دائرة مور قد رسمت فوق المحور الأفقي، وفي (ب) فإن (AD) يدور عكس اتجاه عقارب الساعة وبالتالي فإن(D) تكون تحت المحور.



الشكل رقم (٢,١٤). (أ) ، (ب) أمثلة على رسم دائرة مور للانفعال الهندسي الكبير (E) موضحاً اصطلاح الإشارات.

وقد أوضحت الأشكال أرقام (١٢, ٢) و (١٣, ٢) والمعادلة (٢٥, ٢) بعض الخصائص البالغة الأهمية لتشوه العنصر غير الرئيسي المتعامد بصورة أولية في الأسلوب المتناسب الخالص .وقد أعيد عرض وبيان هذه المصطلحات على النحو التالي :

١ - لا يبقى العنصر متعامداً والخطوط المرسومة على المادة، (AD) و(AB) تدور بالنسبة للمحاور الرئيسة (OX) و(OY) .

٢ - الإزاحات (offsets) $\Delta x_b = E_{yx}$, $\Delta y_d = E_{xy}$ متساوية.

وهذه الملاحظة الأخيرة هي التي تبسط إلى حد بعيد جداً تحليل الانفعال الكبير التجريبي . وهناك مشكلة في إرجاع قياسات العنصر المشوه (AB′) و (AD′) إلى الاتجاه الأولي (AB) و (AD) فإذا تم وضع علامات الإسناد على المادة فإن هذه العلامات عندئذ تدور الواحدة بالنسبة للأخرى أثناء التشوه، إلا أن باستطاعة المرء التمييز بين الدورات التي تحدث كنتيجة للأسلوب المتناسب الخالص وتلك الأساليب الناجمة عن دوران الجسم الصلب الجاسئ rigid body عن طريق الاستفادة من الخصائص المعروفة لهذا الأسلوب من التشوه كما هو مبين في (٢) أعلاه.

ومع أن التحليل الذي تم تقديمه كان خاصاً ببعدين فقط ، فإن النظرية الخاصة بالانفعال الكبير ذي الأبعاد الثلاثة مماثلة جداً. ففي تشكيل الصفائح المعدنية يكون الإجهاد الرئيسي الثالث بصورة عامة عمودياً على سطح الصفيحة ، كما أن الانفعال يتم حسابه من علامات الشبكة التي وضعت على السطح بحيث يمكن تطبيق الوصف الثنائي الأبعاد.

(٥ , ٢) تحليل الانفعال التجريبي Experimental strain analysis

(١ , ٥ , ٢) مقدمة Introduction

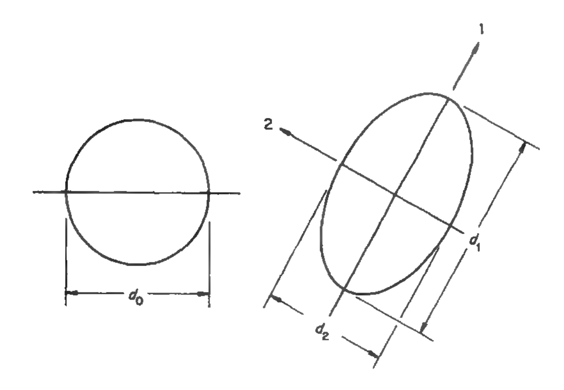
يتم عادة القيام بتحليل الانفعال التجريبي في تشكيل الصفائح المعدنية عن طريق رسم شبكة grid ببعد معلوم على الصفيحة المنبسطة وقياس هذه الشبكة بعد أن تكون القطعة قد تشكلت .وكما تم بيان ذلك سابقاً، فإن تحليل اللدونة ينبغي أن يكون قد تم القيام به على أساس تزايدي ما لم يكن معروفاً (او مفترضاً) أن التشويه المتناسب الخالص قد تم إتباعه بصورة تامة .ويمكن القيام بقياسات الانفعال التزايدي عن طريق

تشكيل قطعة في خطوات صغيرة متعددة وقياس الشبكة في نهاية كل خطوة ولكن هذا من النادر القيام به. ومن الناحية الأخرى، فإن تحليل الانفعال الكبير المبني فقط على القياسات الأولية والنهائية للشكل العام ينبغي أن ينظر إليه دائماً بحذر، خاصة في الحالات التي قد تتغير فيها محاور التحميل بالنسبة لعنصر المادة.

(٢ , ٥ , ٢) تحليل الشبكة الدائرية Citrcle grid analysis

في تشوه متجانس، إذا علمت أو رسمت دائرة على صفيحة غير مشوهة، فإنها ستتشوه إلى شكل قطع ناقص (اهليليجي) ellipse ذي محور أكبر d_1 ومحور أصغر d_2، كما هو موضح في الشكل رقم (١٥, ٢). ومع افتراض وجود تشوه متناسب خالص فإن الاتجاهات الرئيسة تتطابق مع المحورين الأكبر والأصغر .وتكون الاستطالات الرئيسة على النحو التالي:

$$E_1 = (d_1 - d_o)/d_o \; ; \; E_2 = (d_2 - d_o)/d_o \qquad (٢ ,٢٨)$$



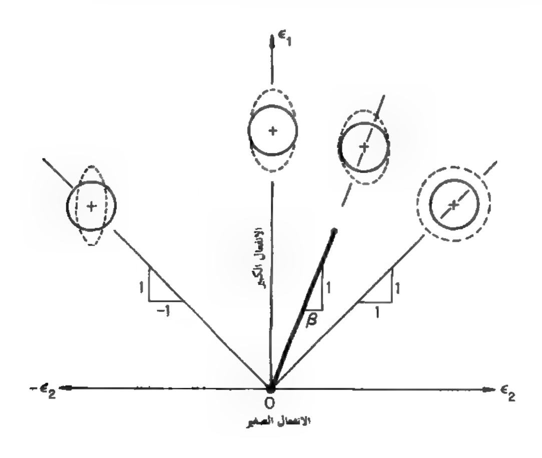
الشكل رقم (١٥ ,٢). تشوه الدائرة إلى شكل إهليلجي في مجال متجانس.

وتكون الانفعالات الطبيعية الرئيسة principal natural strains ، على افتراض اللا انضغاطية ، هي:

$$\varepsilon_1 = \ln (d_1 / d_o) \;;\; \varepsilon_2 = \ln (d_2 / d_o)$$

$$\varepsilon_3 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = \ln (t/t_o) \qquad (٢, ٢٩)$$

حيث (t_o) و (t) تمثل قياسات السماكة الأولية والنهائية عند تلك النقطة .وكما تم إيضاحه آنفاً ، فإن الانفعالات الطبيعية في المادة اللا انضغاطية قد ترسم في المستوي π (π-plane) كما هو موضح في الشكل رقم (١,٩) ، ومع ذلك فإنه في حالة تشكيل الصفائح المعدنية من المعتاد أن ترسم في حيز انفعال ذي بعدين كما هو مبين في الشكل رقم (١٦ , ٢) .وبموجب قوانين التشوه المتناسب الخالص ، فإن الأسلوب الذي تكون فيه $\varepsilon_2 = \beta\varepsilon_1$ يكون ممثلاً بخط مستقيم بميل $1/\beta$. ويجب أن نتذكر بأن هذا الوسم البياني لا يشير إلى الانفعال الرئيسي الثالث والذي يكون مقداره $\varepsilon_3 = -(1+\beta)\varepsilon_1$.



الشكل رقم (١٦ ,٢). تمثيل تخطيطي للتشوهات الكبيرة المتناسبة الخالصة في حيز الانفعال الثنائي الأبعاد.

وهناك عدة أساليب ذات أهمية خاصة في تشكيل الصفائح . وقد تم توضيحها في الشكل رقم (١٦, ٢).

الشد الثنائي المحور المتساوي :Equal biaxial tension. إذا كانت β = 1، فإن الدائرة تزداد بانتظام في القطر . ويكون انفعال السماكة ضعف الانفعال السطحي أو الغشائي (ε_3=-2ε_1=-2ε_2). كما يشار أيضاً إلى الأسلوب على أنه امتطاط نقي **pure stretching**. وعلى هذا فإن مسار الانفعال يتبع القطر الأيمن.

الانفعال المستوي :Plane strain. إذا استطالت الدائرة في اتجاه واحد فقط، β = o ، فإن مسار الانفعال يقع على محور الانفعال الأكبر وهذا هو أسلوب "الانفعال المستوي".

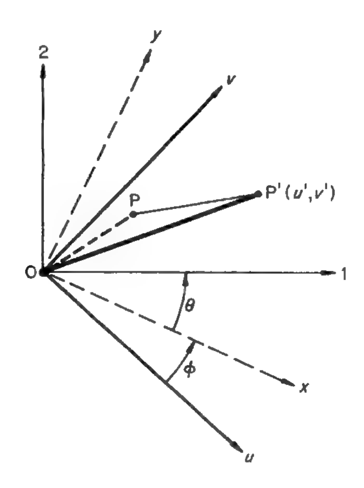
السحب المحض Pure drawing. يطلق على الدائرة التي تمتد في اتجاه واحد وتتقلص بصورة مستعرضة بحيث إن $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$ و β = -1 وتبعاً لذلك $\varepsilon_3 = 0$ مصطلح أسلوب السحب المحض (أو القص الصرف) pure shear. وقد تم توضيح هذا الأسلوب بواسطة مسار يمتد على طول القطر الأيسر . (وهذا هو المسار الوحيد الذي يكون فيه انفعال السماكة صفراً ويقع على تقاطع المستوى π والمستوى ε_2 , ε_1).

وطريقة الشبكة الدائرية مناسبة جداً لتحديد الانفعالات عند نقطة في قطعة من صفيحة معدنية . ولكنها ليست مناسبة لتحديد توزيع الانفعال على المنطقه بأكملها . وإذا استخدم هذا الأسلوب بصورة تزايدية فإنه سيبين ما إذا كانت نسب الانفعال الرئيسة في تناسب ثابت، أي أن المسار خطي في الشكل رقم (٢,١٦)، ومع ذلك فإنه سوف لا يظهر ما إذا بقيت المحاور الرئيسة ثابتة بالنسبة لعنصر المادة . ويحدث هذا لأن دوران المحاور الكبرى والصغرى حول الدائرة المشوهة لا يمكن تحديدها.

(٣, ٥, ٢) تحليل الانفعال العقدي Nodal strain analysis

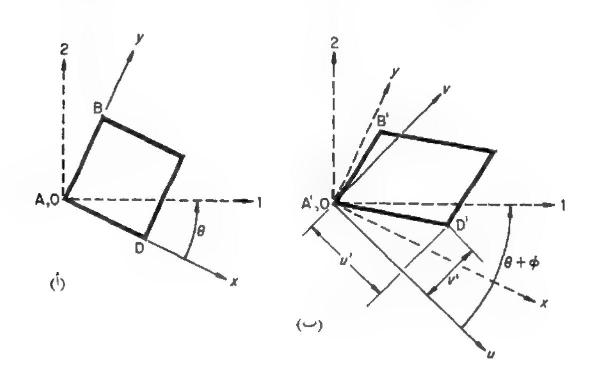
يمكن تحديد توزيع الانفعال في المركب المعدني الصفحي من التشكيل الأولي والنهائي لأي مج موعة مرتبة من النقاط المعلمة على السطح، بشرط أن يكون التشوه متناسباً خالصاً. ونحن في هذا المقام نتناول بالبحث فقط الحالة التي يكون فيها الترتيب الأولي عبارة عن شبكة متعامدة لنقاط متباعدة بعضها عن بعض بصورة متساوية.

وتقوم الشبكة الأولية بالتحديد محلياً للمجموعة المتعامدة من المحاور (ox) و(oy) التي تكون فيها المحاور المجهولة الرئيسة ١و٢ مائلة على زاوية (θ). وبعد التشوه، فإن نقطة عامة، P(x,y) ، سيكون لها مكان (P') الذي يكون قياسه في الإطار الذي تم تحديده بواسطة مجموعة اختيارية من المحاور (ov) و (ou)، كما هو موضح في الشكل رقم (٢,١٧).



الشكل رقم (٢,١٧). الإزاحة (PP') لنقطة في محاور الشبكة وفي محاور القياس.

وكما ذكر آنفاً، فإن الزاوية (ϕ)بين محاور القياس ومحاور الشبكة تكـون مجهولـة، لأن أي شبكة ترسم على المادة بصورة أولية على طـول المحـاور (oy)و(ox) لابـد وأنـها ستكون قد دارت مع التشويه (إلا إذا صـادف بصـورة عرضيـة أن محـاور الشـبكة هـي الاتجاهات الرئيسة). فإذا كانت المجموعة المرتبة array الأولية مكونة من النقاط DAB في الشكل رقم (٢,١٨ أ)، فإن المشكلة عندئذ ستكون ممثلة في إيجاد الاسـتطالات الرئيسـة (E_2)و(E_1) والاتجـاه (θ) للاتجاهـات الرئيسـة بدلالـة الإحداثيـات (`u) و(`v) للمجموعـة المرتبة الـتي شوهت في محـاور القيـاس الاختياريـة، كمـا في الشـكل رقـم (٢,١٨ ب). ويكون الحل قد تم التعبير عنه بمنتهى السهولة بدلالة كميات ممتدة tensor notations.



الشكل رقم (٢,١٨).(ا) شبكة وحدة مربع أولية في الصفيحة غير المشوهة

(ب) النقاط المشوهة (المشكلة) (`D) و (`B) في محاور القياس الاختيارية (ou) و (ov).

وفي حيز الاستطالة الرئيسة، الموضـح في الشكل رقـم (٢,١٧)، يكـون المتجه $OP = X_1'$ قد تحول بواسطة التشوية إلى `OP` = Xi، بحيث إن:

$$X`_i = \tilde{E}\ X_i \qquad (٢,٣٠)$$

حيث:

$$\tilde{E} = \begin{vmatrix} 1+E_1 & 0 \\ 0 & 1+E_2 \end{vmatrix} \qquad (٢,٣١)$$

وفي مجال (شبكة) الإحداثيات ox , oy يكون:

$$X`_i = \tilde{\theta}\ x`_i \qquad (٢,٣٢)$$

$$x_i = -\ \tilde{\theta}\ X`i \qquad (٢,٣٣)$$

و:

$$u`_i = -\ \tilde{\phi}\ x`_i \qquad (٢,٣٤)$$

وبالتعويض في المعادلة (٢,٣٠) فإننا نحصل على:

$$u`_i = -\ \tilde{\phi} - \tilde{\theta}\ \tilde{E}\ \tilde{\theta}\ x_i \qquad (٢,٣٥)$$

أو:

$$u`_i\, x_i^{-1} = -\ \tilde{\phi}\ \ \tilde{M} \qquad (٢,٣٦)$$

حيث: $\tilde{M} = -\ \tilde{\theta}\ \tilde{E}\ \tilde{\theta}$ و $\tilde{M}\ \ \tilde{\phi}$ - ليست متماثلة. وباتباع علاقة كوتشي - جرين Cauchy-Green relation، فإننا نحصل من المعادلة (٢,٣٥) على:

$$(u`_i\, x_i^{-1})^T\,(u`_i\, x`_i^{-1}) = \tilde{B} = \tilde{M}^T\ \tilde{M} \qquad (٢,٣٧)$$

حيث إنه، للنقاط (D) و (B) في وحدة مربعة، تكون مركبات ($\tilde{B}$) هي:

$$\begin{aligned} b_{11} &= u`_d{}^2 + v`_d{}^2 \\ b_{12} = b_{21} &= u`_b\, u`_d + v`_b\, v`_d \\ b_{22} &= u`_b{}^2 + v`_b{}^2 \end{aligned} \qquad (٢,٣٨)$$

وبتمديد ($\tilde{M}$) نحصل على:

$$\tilde{B} = \tilde{M}^T\ \tilde{M} = -\ \tilde{\theta}\ \tilde{E}^2\ \tilde{\theta} \qquad (٢,٣٩)$$

حيث:

$$\tilde{E}^2 = \begin{vmatrix} (1+E_1)^2 & 0 \\ 0 & (1+E_2)^2 \end{vmatrix} \qquad (٢,٤٠)$$

والقيم الرئيسة تكون قد أعطيت بواسطة:

$$(1 + E_{1,2})^2 = (b_{11} + b_{22})/2 \pm \{[(b_{11} - b_{22})/2]^2 + b_{12}^2\}^{1/2} \qquad (٢,٤١)$$

ويكون التوجيه هو:

$$\theta = {}^1\!/_2 \{\arctan\ 2b_{12}/(b_{11} - b_{22})\} + n\pi/2 \qquad (٢,٤٢)$$

حيث تكون الزاوية في علاقة الظل في النطاق من $(\pi/2)$إلى $(- \pi/2)$ و:

$n = o$ اذا $b_{11} \geq b_{22}$ و

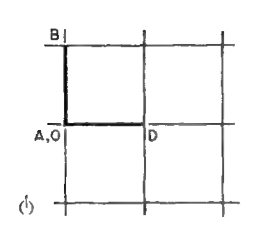
$n = 1$ اذا $b_{11} < b_{22}$ و $b_{12} \geq o$ و

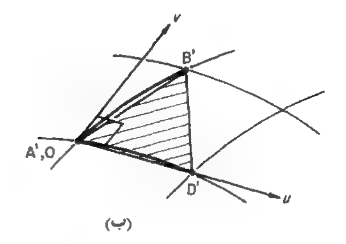
$n = -1$ اذا $b_{11} < b_{22}$ و $b_{12} < o$

ويتبين بكل وضوح أن تحديد الاستطالات الرئيسة (E_1) والانفعالات الرئيسة $\varepsilon = \ln (1+E)$ من نقاط عقدية شاق وممل إذا ما تم القيام به يدوياً، ويمكن للعلاقات الآنفة الذكر، أن تشكل قاعدة للحساب في نظام تحليل الانفعالات بمساعدة الحاسب، حيث تُعَلَّم الصفيحة بشبكة متعامدة، وبعد التشوه، يتم قياس العقد في حيز اختياري ذي ثلاثة أبعاد، كما هو مبين في الشكل رقم (٢,١٩).

وعلى العموم، فإن الشبكة المشوهة ستشكل شبكة ذات خطوط منحنية، وغالباً ما يتم عمل التقريب بحيث يعامل عنصر السطح المشوه (`A` B` D) على انه مثلث مستوي (`A` B` D)كما هو مبين في الشكل رقم (٢,١٩ ب) ولدى القيام بتحليل هذا المثلث فإن من المناسب تحديد مكان المحور (ou) على طول (`A` D) مع إبقاء المثلث واقعاً في المستوى (v)و (u). وبما أن $(v`_d)$ هو الآن صفر، فإن المعادلات (٢,٣٨) تصبح:

$$b_{11} = u`_d{}^2$$
$$b_{12} = b_{21} = u`_b\, u`_d$$
$$b_{22} = u`_b{}^2 + v`_b{}^2$$



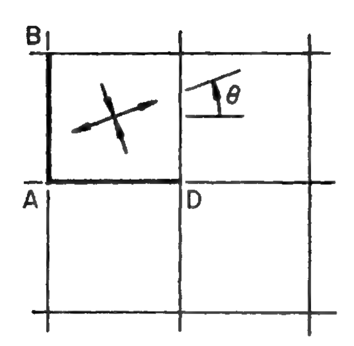


الشكل رقم (٢,١٩). (أ) شبكة مربعة على صفيحة غفل غير مشوهة.
(ب) شبكة مشوهة مقاسة في إطار v,u .

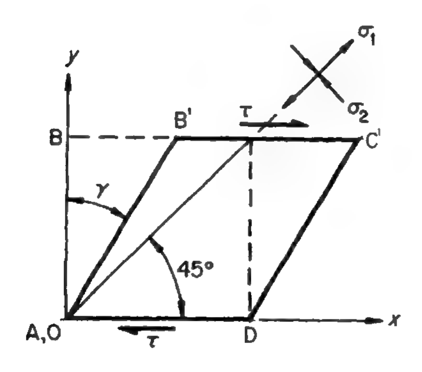
ومن المعادلتين (٢,٤١) و (٢,٤٢) فإن بالإمكان تحديد الانفعالات الهندسية الكبيرة الرئيسة . وغالباً ما تعرض هذه الانفعالات بصورة تخطيطية في الشبكة غير المشوهة كما هو موضح في الشكل رقم (٢,٢٠) حيث طول العلامات يبين مقدار الانفعالات الرئيسة، كما أن رؤوس السهام تبين دلالاتها (الشد أو الانضغاط). وكما ذكر آنفاً، فإن الزاوية (θ) في المعادلة (٢,٤٢) قد تم قياسها من المحور غير المشوه بواسطة (A D).

(٢,٦) أساليب انفعال أخرى Other strain processes

في بعض الأساليب المستخدمة كاختبارات ميكانيكية، لا يكون الانفعال بالنمط المتناسب الخالص. ومثال على ذلك هو القص البسيط في اختبار ليّ twisting الأنبوب الرقيق الجدار، أو في اختبار اللىّ في المستوي. وقد تم بيان تشوه عنصر وحدة unit element في الشكل رقم (٢,٢١) . حيث تبقى المحاور الرئيسة للإجهاد على ٤٥° بالنسبة لمحاور الشبكة الأولى (Oy) و (Ox) . وتكون الإجهادات الرئيسة هي:



الشكل رقم (٢,٢٠) توضيح تخطيطي للانفعال الرئيسي المرسوم في العنصر الزاوي غير المشوه.



الشكل رقم (٢,٢١). عنصر مشوه في قص بسيط.

$$\sigma_1 = \tau \quad ، \sigma_2 = -\tau \qquad (٢,٤٣)$$

ويكون الإجهاد الفعال من المعادلة (١,٣٥)، التي تكون فيها $\alpha = -1$ هو:

$$\sigma = \sqrt{3}\ \tau \qquad (٢,٤٤)$$

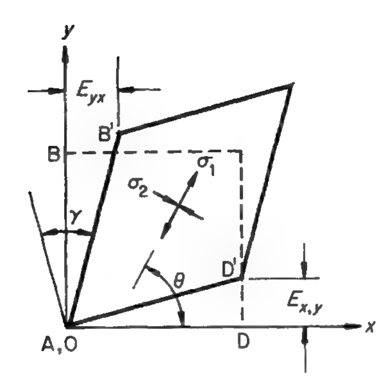
أما القوه التي تؤثر على الوجه(`B` C) هي (1 .1 .τ) وبالنسبة للمادة التي تكون فيها (τ)ثابتة، فإن الشغل المبذول في تشويه وحدة الحجم يكون:

$$WD / vol = \tau \tan\gamma \qquad (٢,٤٥)$$

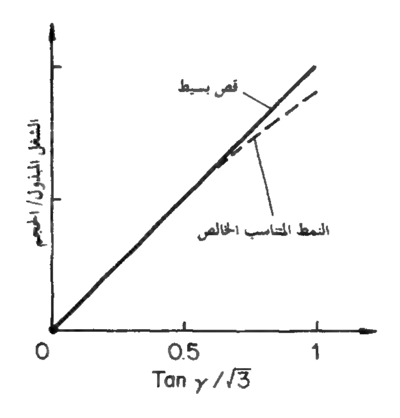
فإذا قمنا الآن ببحث عنصر وحدة مماثل يتشوه في نمط متناسب خالص ليصبح شكله متطابقاً مع (`A` B` C` D)، فستكون الأشكال الأولية والنهائية كما في الشكل رقم (٢,٢٢) . ويعتمد توجيه المحاور الرئيسة،(θ) ، على (γ) ولا يساوي ٤٥° (ما لم تكن $\gamma = o$) .وعلاوة على ذلك، فإن الزوايا(`DAD) و (`BAB) تكون مختلفة وليست مساوية (γ/2) . وهذا يبين أنه في التشويه الحادث في الشكل رقم (٢,٢١)، فإن المحاور الرئيسة تدور بالنسبة لعنصر المادة .وتبين الحسابات العددية لعنصر المادة في الشكل رقم (٢,٢٣) لنوع المادة اللدائنية الكاملة perfectly plastic material التي تكون فيها:

$$\sigma = \sqrt{3}\tau = \text{constant}$$

إن الشغل المبذول أقل من (τ tan γ) بكمية تعتمد على التشكيل النهائي، (γ) . ويكون الفرق، عندما تكون $\varepsilon = 1$ نحو ١٠٪ كما هو مبين في الشكل رقم (٢,٢٣). ويبين هذا المثال الخاص بالمادة التي لاتتصلد بالانفعال أن القص البسيط ليس أسلوباً متناسباً خالصاً، ويبين الصعوبات التي قد تظهر في تطبيق نتائج اختبارات اللىّ ذات الانفعال الكبير على أساليب التشويه الأخرى . أما القص البسيط فليس أسلوباً عاماً، كما أن معدل الإصلاد الملاحظ فريد بالنسبة لهذا النمط، أما النمط المتناسب الخالص فيتمتع بشيء من العمومية.



الشكل رقم (٢,٢٢). تشوه لعنصر في النمط المتناسب الخالص.



الشكل رقم (٢,٢٣). الشغل المبذول في أسلوب قص بسيط بالمقارنة مع ذلك المبذول في النمط المتناسب الخالص.

(٢,٧) التحليلات التقريبية Approximate analyses

من النادر أن يتم تحليل أسلوب تشكيل المعادن بصورة تامة .ومن المعتاد القيام بتطوير نموذج تقريبي مبسط ، ونتائج أية حسابات قد تختلف اختلافاً كبيراً عن تلك المشاهدة تجريبياً . وغالباً ما يكون من الصعب معرفة أي الاتجاهات ستخطئ فيها التوقعات ، وخاصة في غياب المعلومات عن سلوك المادة ، وتأثيرات الاحتكاك على السطوح البينية . وقد قدمت نظريات شغل work theorems في كتب مقررات دراسية عن النظرية الرياضية للدونة mathematical theory of plasticity والتي تبين ما إذا كان الحمل المتوقع للتشوه بواسطة نوع خاص من التحليل سيكون أقل أو أكثر من الحمل الفعلي.

وحساب الحد (أو النطاق) الأدنى lower bound ، هو إحدى الطرق التي لا تستوفى فيها القيود الهندسية مثل توافق الانفعال compatability of strain واللاانضغاطية بصورة تامة .فإذا كانت حالة الإجهاد المفروضة في منطقة التشويه لاتتعدى حالة الخضوع ، عندئذ يمكن بيان أن أحمال التوازن على الحدود ستكون مساوية أو اقل من الأحمال الحقيقية.

أما في حساب الحد (أو النطاق) الأعلى upper bound ، فإن التشوه يفترض أن يحدث بواسطة القص على سطوح منفصلة مميزة والتي يؤثر فيها أقصى إجهاد قص τ_2 كما في الشكل رقم (١,٥) . فإذا لبى هذا الأسلوب حالات ازاحة الحدود المعروفة ، فقد يتم بيان أن الحمل المتوقع ، أو بصورة أكثر دقة ، الطاقة التي بذلت ، ستكون مساوية أو تزيد على الحمل الفعلي أو الطاقة.

وتنطبق النظريات المذكورة آنفًا على أساليب الحالة الثابتة steady-state processes أو على التشوهات الصغيرة التزايدية .وفي كثير من المشكلات التي تحدث في تشكيل المعادن الصفحية ، فإن التشكيل الأولي والنهائي فقط هو المعروف . وكما تم بيانه في هذا الفصل ، فإنه غالباً مايفترض أن الأسلوب المتناسب الخالص للتشويه هو المتبع .وهذا يؤدي إلى تُقدير الانفعال التمثيلي ، (ε)، الذي يكون مساوياً أو اقل من الانفعال

المتراكم الفعلي (∫dε). أما في المواد المتصلدة بالشغل ، work hardening matenials فإن التصلد النهائي للمادة قد يكون أكبر من المتوقع ، ومع هذا ، وكما ذكر آنفاً ، فإن معدلات التصلد في الأساليب غير المتناسبة الخالصة قد تكون أدنى ، ومثل هذا الاستنتاج لا يمكن تبريره بصورة دائمة.

لا استقرارية الشد

Tensile instability

(٣,١) مقدمة Introduction

في أساليب المعادن الصفيحية، يتم نقل القوى المطلوبة لتشكيل المعادن عبر الصفيحة ذاتها ؛ وتكون هذه القوى شداً، وإذا كانت قدرة الحمل carrying capacity للصفيحة قد تم تجاوزها، فإن التمزق سيحدث نتيجة لذلك .ولذلك فان تحليل لا استقرارية الشد جزء هام في ميكانيكا تشكيل المعادن الصفيحة . إن عدم الاستقرار وتمركز الانفعال ظاهرتان خبيثتان دقيقتان وهناك اختلاف في وجهات النظر فيما يتعلق بمختلف الآليات المتضمنة فيها، ومع ذلك فإن بعض نواحي الانهيار تحت تأثير الشد tensile failure ينبغي اعتبارها غير محلولة ويعتمد تطوير اللا استقراريات على الشكل الهندسي geometry للقطعة، والقوى المستخدمة، وخصائص المادة والتجانس الأولي للصفيحة. وفي هذا الفصل، فإن نظرية اللدونة التي تم عرضها آنفاً سيتم استخدامها لتبين كيف يمكن للعيوب imperfections الموجودة في الصفائح أن تتطور وتؤدي إلى الانهيار.

(٣،٢) الشد الأحادي المحور لشريحة مثالية

Uniaxial tension of a perfect strip

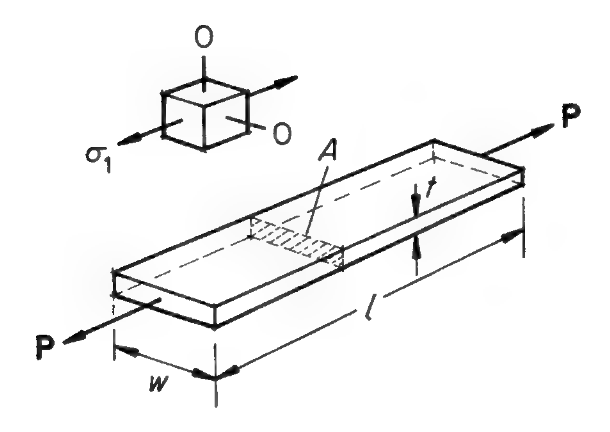
لقد تم توضيح جزء القياس لشريحة الشد المثالية (غير المعيبة) في الشكل رقم (٣,١) .ففي أثناء التشوه المتجانس في الحجم الثابت، تنطبق العلاقات الهندسية التالية :

$$A = wt \; ; A_o l_o = Al$$

$$d\varepsilon_1 = dl/l = - dA/A \; ; \text{and } \varepsilon_1 = \ln (l/l_o) \qquad (٣,١)$$

ويكون حمل التشويه هو :

$$P = \sigma_1 A = \sigma_1 A_o (l_o/l) \qquad (٣,٢)$$



الشكل رقم (٣،١). منطقة القياس لقطعة اختبار الشريحة المثالية.

وإذا اطاعت المادة قانون الإجهاد-والانفعال الذي يتزايد فيه الإجهاد بصورة متواصلة ورتيبة مع الانفعال:

$$\sigma_1 = f(\varepsilon_1) \qquad (٣,٣)$$

عندئذ يمكن تفاضل المعادلة (٣,٢) لتعطي :

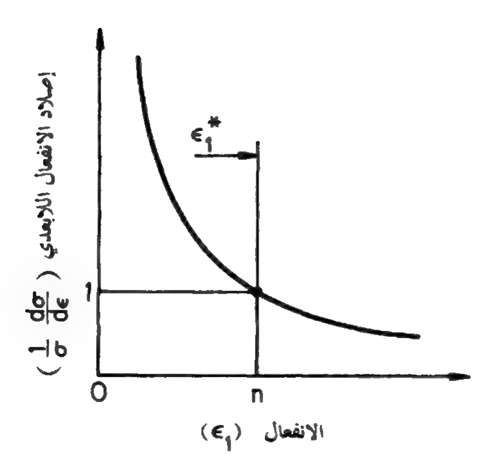
$$dP/P - d\sigma_1/\sigma_1 + dA/A = d\sigma_1/\sigma_1 - d\varepsilon_1 \qquad (٣,٤)$$

حيث $(d\sigma_1/\sigma_1)$ تكون موجبة، ولكنها كمية متناقصة بصورة تدريجية و (dA/A) تكون سالبة لأن مساحة المقطع العرضي تتضاءل كلما تقدم التشوه. وعند أقصى حمل $dP = 0$ فإننا نحصل على:

$$(1/\sigma_1)(d\sigma_1/d\varepsilon_1) = 1 \qquad (٣,٥)$$

فالكمية على الجانب الأيسر هي خاصية المادة المسماة، التصليد الانفعالي اللابعدي non-dimensional strain hardening وهو ذو أهمية كبيرة في أساليب الشد. والحالة التي غالباً ما يتم اقتباسها هي عندما تتخذ المعادلة (٣,٣) الشكل:

$$\sigma_1 = K\varepsilon_1^n \qquad (٣,٦)$$



الشكل رقم (٣،٢). العلاقة بين إصلاد الانفعال اللابعدي والانفعال لمادة ملدنة.

ويطيع إصلاد الانفعال اللابعدي لمثل هذه المادة العلاقة :

$$(1/\sigma_1)(d\sigma_1/d\varepsilon_1) = n/\varepsilon_1 \qquad (٣,٧)$$

والذي تم توضيحه في الشكل رقم (٣،٢). أما عند أقصى حمل، فإن الانفعال يكون :

$$\varepsilon^*_1 = n \qquad (٣,٨)$$

وبالنسبه لمثل هذه المادة، يمكن أن يتم التعبير عن حمل التشويه بدلالة طول القياس الجاري، على أنه :

$$P = A_o K \{\ln(l/l_o)\}^n (l_o/l) \qquad (٣,٩)$$

أو بدلالة الانفعال على النحو التالي :

$$P = A_o K\varepsilon_1^n \exp(-\varepsilon_1) \qquad (٣,١٠)$$

وقد تم توضيح هذه العلاقات في الشكلين رقمي (٣,٣أ) و (٣,٣ب). ونلاحظ أن الشكل رقم (٣,٣أ) يشبه رسماً بيانياً نموذجياً للاستطالة والحمل لتلك المنطقة التي يتزايد فيها الحمل إلى ما وراء الحمل الأقصى، كما أن منحنى قطعة الاختبار الفعلية في (الشكل رقم ١,١) يتناقص بصورة أسرع بكثير مما تم بيانه .وقطعة الاختبار المثالية تستمر في التشوه بصورة متجانسة حتى بعد أقصى حمل، ولكن من الواضح أن العينات الحقيقية لا تسلك بهذه الطريقة .

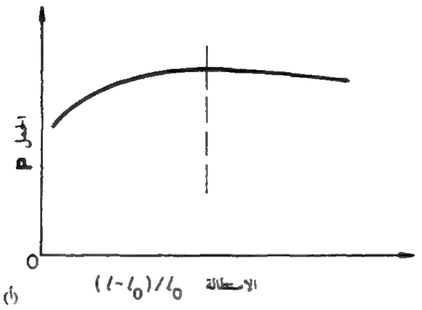
(٣,٣) الشد الأحادي المحور لشريحة غير مثالية

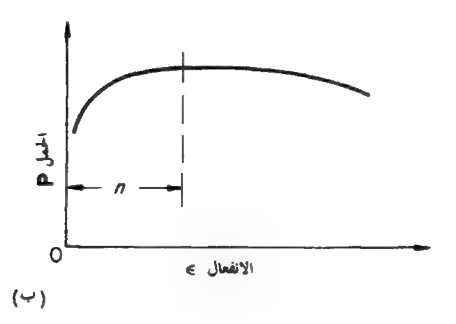
Uniaxial tension of an imperfect strip

إذا كان لقضيب الشد بصورة أولية منطقة قصيرة تكون فيها مساحة المقطع العرضي $A_o + \delta A_o$، حيث (δA_o) كمية سالبة عندئذ في أية لحظة أثناء التشوه فإن المساحة، والإجهاد والانفعال في المنطقة المعيبة ستختلف عن تلك الموجودة في المنطقه المنتظمة المتبقية بـ δA و $\delta\varepsilon$ و $\delta\sigma$، كما هو موضح في الشكل رقم (٣,٤). أما الحمل

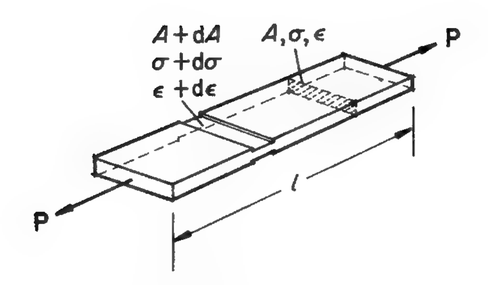
المنقول في كل منطقة، فإنه مع ذلك سيبقى هو نفسه ولمادة تمثل لعلاقة الإجهاد والانفعال في المعادلة رقم (٣،٦) يمكن كتابة ما يلي :

$$P = A_0 K\varepsilon^n \exp(-\varepsilon)$$
$$= (A_0 + \delta A_0) K\varepsilon_1^{\,n} \exp(-\varepsilon_1) \quad (٣،١١)$$





الشكل رقم (٣,٣). علاقة الحمل مع (ا) الاستطالة.
(ب) الانفعال الحقيقي (ε) لقطعة اختبار مثالية.

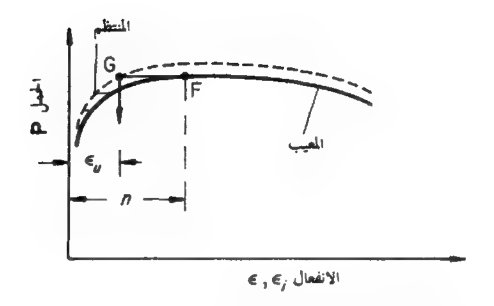


الشكل رقم (٣،٤). منطقة القياس لقطعة اختبار معيبة.

حيث يشير الرمز السفلي (i)إلى عدم الكمال، كما أن $\varepsilon_i = \varepsilon + \delta\varepsilon$. وقد رسم هذان المنحنيان معاً في الشكل رقم (٣،٥)، كما يمكننا الآن ملاحظة ما يحدث عند الحمل الأقصى في تشوه الشد في الشريحة المعيبة .

وبما أن كل منطقة تحمل نفس الحمل، فإن الانفعال في المنطقه المنتظمة يتخلف عن ذلك الموجود في تلك المنطقة المعيبة بكمية تكون بصورة أولية بالغة الصغر، ولكنها تنموا بصورة كبيرة .فعندما يكون الانفعال في الجزء المعيب (n)، فإنه عندئذ يكون قد وصل إلى أقصى قدرة لحمل الحمل، وعند تواصل الاستطالة ستتشوه بسرعة عند حمل آخذ في الهبوط .ومع هذا فإن المنطقة المنتظمة، لم تصل إلى أقصى حمل لها، ولذلك فإنها ستنزل الحمل unload بصورة مرنة .ويصبح عدم الكمال على شكل عنق (تخصر) مطول diffuse neck في شريحة الشد، وإذا تم قياس الانفعال خارج العنق، فإن ما يطلق عليه أقصى انفعال متجانس أي منتظم سيكون ε_u والذي هو أقل من الانفعال عند أقصى حمل بما مقداره $(n-\varepsilon_u)$ كما تم توضيحه آنفاً .وبتعويض $\varepsilon_i = n$ في المعادلة (٣،١١) ، فإن حالة التوازن عند الحمل الأقصى تكون :

$$\varepsilon_u^n \exp(-\varepsilon_u) = [1 + (\delta A_o / A_o)]\, n^n \exp(-n) \qquad (٣,١٢)$$



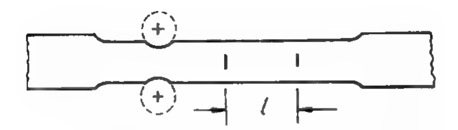
الشكل رقم (٣،٥) الرسم البياني للحمل/والانفعال للجزء المنتظم من القضيب [......] والخاص بالمعيب [ـــــــــ]

وبالتبسيط بنـاء علـى الملاحظـة التاليـة الموجـودة في نهايـة هـذا الفصـل ، وبملاحظـة أن ε_u - n و $\delta A_o/A_o$ كلاهمـا << 1 (أي أصغـر كثـيراً مـن الواحـد الصحيـح)، فإننـا نحصـل علـى:

$$n - \varepsilon_u \cong \{ - (\delta A_o / A_o) \, n \}^{1/2} \qquad (٣,١٣)$$

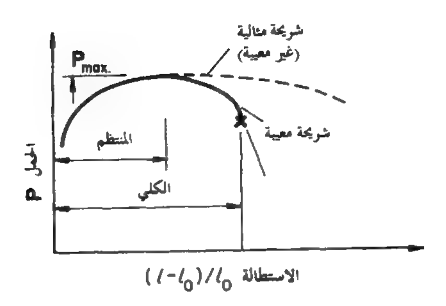
وهكـذا .فإن أقصـى انفعـال منتظـم يكون أقـل مما يطلـق عليـه تعبير "انفعـال كونسدير" Conside`re strain ، $\varepsilon_1^* = n$ ، بكميـة تعتمـد علـى كل من (n) وعـدم الكمـال الأولي .وقد لوحظ تجريبياً أن هناك بعثرة لايستهان بها في أقصى انفعال منتظم تم قياسه في عدد من قطع الاختبار المقطوعة من نفس الصفيحة وقد أقترح بأن (ε_u) ليست مؤشراً جيداً لأس الإصلاد بالانفعال .ومن أجل التغلب على هذه الصعوبة، تم استخدام قطعة اختبار على هيئة قوس دائرة arc - circle مـع عيـب متعمـد وقـابل للتكـرار تمـت مكننته فيها كما هو موضح في الشكل رقم (٣,٦) .أمـا الانفعـال في خـارج هـذا فقـد تم قياسه بعد الانهيار .وهذا الانفعال مع أنه أقـل بكثير من (n)، فإنـه مؤشـر يعتمـد عليـه

وقابل للتكرار لإصلاد الانفعال في المادة، وهناك إمكانيـة أخرى لقياس الانفعال عند حمل أدنى، ولنقل ٩٥٪ من الحمل الأقصى ؛ وقد وجد أن هـذا الانفعال أقل تأثراً بعدم التجانس .



الشكل رقم (٣,٦). قطعة اختبار قوس دائرة محتوية على عيب متعمد.

في الشكل رقم (٣,٥) كانت الرسوم البيانية للحمل - والانفعال قد تم توضيحها بالنسبة لكل منطقة .وإذا أخذنا في الاعتبار خصائص الحمل - والتمدد (أي الاستطالة) وفرضنا أن العيب كان قصيراً بالمقارنة مع (l_0)، عندئذ وبصورة أولية نجد أن منحنى التمدد والحمل بالنسبة للقضيب المعيب سيكون مماثلاً لذلك المنحنى الخاص بالقضيب غير المعيب كما تم توضيحه في الشكل رقم (٣،٧). وعندما يكون الجزء المعيب قد وصل إلى أقصى حمل له، فإن التمدد الكلي يكون بصورة تقريبية هو ذلك الذي يناظر (ε_u) في الشكل رقم (٣,٥). وفيما هو أبعد من هذا، فإن التشوه يكون مركزاً في العيب، ولكن بما أن هذه منطقة قصيرة فقط، فإن مساهمتها في التمدد الكلي تكون صغيرة وسرعان ما يهبط الحمل ويأخذ في التدني بسرعة. ونحن نرى في هذا الرسم البياني انه فيما يقارب ٩٥٪ من الحمل الأقصى، أن المنحنى يعتمد على خصائص التصلد بالانفعال للمادة .وأنه عند الحمل الأقصى، فان الانفعال يعتمد على كل من التصلد بالانفعال وعدم التجانس، بينما يعتمد بعد ذلك على خصائص التشوه السريع في العنق، وهذا ما ستتم مناقشته في القسم التالي .



الشكل رقم (٣,٧). الرسم البياني للحمل والاستطالة لقطعة اختبار معيبة.

(٣,٤) الشد الأحادي المحور للمواد التي تعتمد على معدل الانفعال

Uniaxial tension of a rate dependent material

بعد التخصر، يكون التشوه متركزاً في منطقة العيب الصغيرة .وإذا بقي معدل التمدد الكلي ثابتاً فإنه عندئذ يتبع ذلك أن معدل الانفعال في التخصر يجب أن يزيد بصورة كبيرة .وقد افترض في البند المذكور آنفاً، أن سلوك المادة كان مستقلاً عن معدل الانفعال، مع أن معظم المواد تبدي بعض معدلات الحساسية .ومن أجل توضيح التأثير على سلوك الشد تناولنا بالبحث مادة لاتتصلد بالانفعال، ولكنها تعتمد على معدل الانفعال، أي التي تتبع الفقرة (١,٦).

$$\sigma_f = B\,\dot{\varepsilon}^{\,m} \qquad (٣,١٤)$$

حيث (m) هي دليل معدل الحساسية rate sensitivily index، كما أن معدل الانفعال هو:

$$\dot{\varepsilon} = (d\varepsilon/dt) = (dl/dt)/l = -(dA/dt)/A \qquad (٣,١٥)$$

حيث (t) هي الزمن .

والآن نتناول تشوه قضيب معيبا، كما تم توضيحه في الشكل رقم (٣،٤)، والذي كان قد تمدد بطريقة بحيث إن معدل الانفعال في القسم المتجانس المنتظم تم الإبقاء عليه ثابتاً. وبإهمال تأثير العيب، بصورة مؤقتة، فإن الحمل على القضيب يكون:

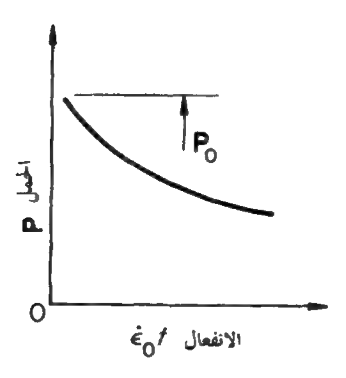
$$P = A_o B \dot{\varepsilon}_o^{\,m} \exp(-\varepsilon) = P_o \exp(-\dot{\varepsilon}_o t) \qquad (٣,١٦)$$

حيث (P_o)هي الحمل الأولي ($A_o B \dot{\varepsilon}_o^{\,m}$) و ($\dot{\varepsilon}_o$) هي معدل الانفعال الثابت . وقد تم توضيح هذا الأمر في الشكل رقم (٣،٨) ومن الواضح أن الحمل يكون دائماً آخذاً في الهبوط .وإذا قمنا الآن ببحث العيب، فإننا سنرى، كما هو مبين في الشكل رقم (١٣,٩)، أن هناك فرقا في معدل الانفعال ($\delta \dot{\varepsilon}_o$) في كل منطقة .وتكون حالة التوازن هي:

$$\sigma A = (\sigma + \delta\sigma)(A + \delta A)$$

أي أن:

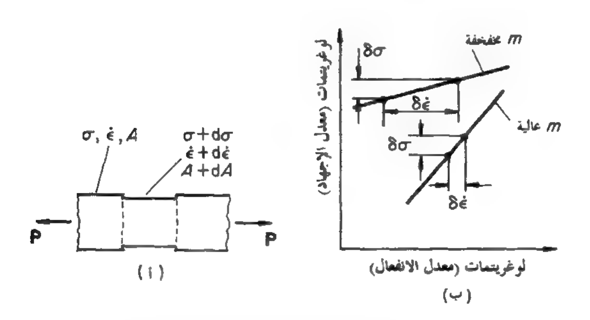
$$\delta\sigma/\sigma = -\delta A/A \qquad (٣,١٧)$$



الشكل رقم (٣،٨). العلاقة بين الحمل والانفعال لاختبار معدل انفعال ثابت.

ويكون الفرق في معدل الانفعال ($\delta\dot{\varepsilon}$) المصحوب بهذا الفرق في الإجهاد ($\delta\sigma$)، معتمداً على خصائص المادة .فإذا كانت قيمة (m) متدنية، فإن ($\delta\dot{\varepsilon}$) تكون عالية كما هو موضح في الشكل رقم (٣،٩ب)، أي أن الفرق في الانفعال يكون عالياً وأن العيب يزداد وينمو بسرعة فائقة .أما إذا كانت (m)عالية كما هي الحالة في اللدائن اللزجة viscous polymers والسبائك الفائقة اللدونة superplastic alloys، فإن ($\delta\dot{\varepsilon}$)تكون صغيرة، كما أن كلتا المنطقتين تنفعلان عند نفس المعدل تقريباً .ويمكن كتابة معادلة الاتزان لقضيب معيب هكذا:

$$\dot{\varepsilon}^m \exp(-\varepsilon) = (1 + \delta A_0/A_0)\ \dot{\varepsilon}_i^m \exp(-\varepsilon_i) \quad (٣،١٨)$$

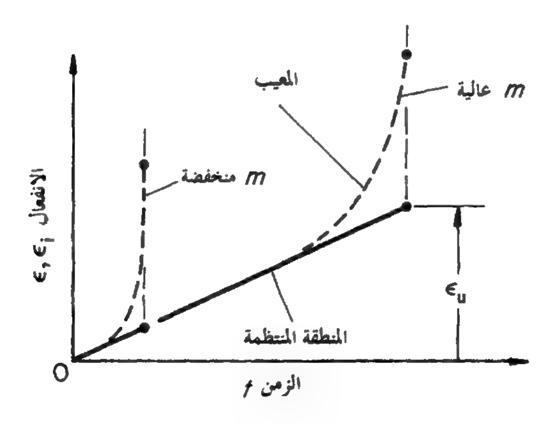


الشكل رقم (٣،٩). (ا) معدل الإجهاد – الانفعال والمساحة في المنطقة المنتظمة والمعيبة.
(ب) فروق معدل الانفعال للمواد المختلفة.

يشير الدليل السفلي (i) إلى العيب. ويمكن حل هذه المعادلة عددياً، وإذا أبقي على $\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}_0$ ثابتة، فإن النتائج عندئذ سيتم توضيحها بصورة تخطيطية في الشكل رقم (٣،١٠). أما إذا كانت (m) صغيرة، فإن العيب سيزداد بسرعة وقليلاً جداً من الانفعال سيتراكم في المنطقة المتجانسة .ولكن إذا كانت (m) كبيرة،

فإن كلتا المنطقتين ستنفعلان معاً في فترة لا يستهان بها إلى أن يزداد في نهاية الأمر الانفعال في العيب ؛ ويكون إجمالي الانفعال في المنطقة المتجانسة (ε_u)، في هذه الحالة كبيراً جداً مع أن كل التشوه يحدث أثناء هبوط الحمل كما هو مبين في الشكل رقم (٣,٨) .

وإذا رجعنا الآن إلى الشكل رقم (٣,٧)، فقد نرى أنه في قطعة اختبار معيبة والتي تكون فيها المادة معتمدة على كل من التصلد بالانفعال وعلى معدل الانفعال على حد سواء، فإن الانفعال المنتظم اللاحق، (ε_u)-(ε_i)، يكون مرتبطاً، من بين أشياء أخرى، بمعدل الاعتماد للمادة، بحيث إن استطالة منتظمة لاحقة أكبر تشير إلى وجود قيمة لـ (m)أعلى بالنسبة للمادة .

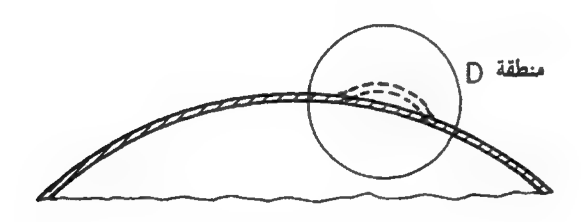


الشكل رقم (٣,١٠). معدل التزايد والنمو في العيب لقيم مختلفة من (m) .

(٣،٥) التخصر في الصفائح المتواصلة

Necking in continuous sheets

في اختبار الشد، لا يكون القيد على التخصر المطول من قبل المناطق الأخرى لقطعة الاختبار كبيراً جداً .وهذا الوضع لا ينطبق على الصفائح المتواصلة .فلنتصور، على سبيل المثال، أن صفيحة قد شكلت على شكل هيكل كروي رقيق منتظم كما هو مبين في الشكل رقم (٣,١١) .فإذا كان التشوه في بعض المناطق (D) قد تسارع كما هو الحال في التخصر المطول، فإن هذا عندئذ سيكون مصحوباً بزيادة في المساحة .ومن اجل استيعاب الزيادة، فإن السطح ينبغي أن يتحرك إلى خارج الشكل الكروي كما أشير إلى ذلك بواسطة الخط المتقطع، ومثل هذا الحدث غير محتمل فيزيائياً بالنسبة لصفائح المعدن .أما في أساليب التشكيل النموذجية، فإن توزيع الانفعال الكلي ينبغي أن يكون منسجماً مع شكل السطح الذي تمليه المعدات.



الشكل رقم (٣,١١). مقطع من هيكل كروي رقيق يبين اضطراب السطح في المنطقة (D) إذا حدث التخصر المطول وبالتالي الترقق.

وعلى الرغم من تسارعات الانفعالات كما هو في التخصر المطول في اختبار الشد فسيكون، في الصفائح المتواصلة، مرتبطاً بالتغيرات التي تحدث في الإجهادات في كافة أنحاء المنطقة من أجل الإبقاء على توزيع الانفعال متوافقاً مع العدد ؛ لذلك فإن

التخصر المطول لايقيد أساليب تشكيل الصفائح تكنولوجياً بالطريقة التي يفعلها في اختبار الشد .

وعلى أي حال، فإن التخصر ممكن في الصفائح المتواصلة إذا كان متمركزاً موضعياً بصورة لا تؤثر على توزيع الانفعال الشامل. وتكون مثل هذه التخصرات "مطولة" 'diffuse' بالنسبة لسماكة الصفيحة، أي أن عرضها يكون مقارباً سماكة الصفيحة بحيث إن الإجهاد العمودي على السطح لايتغير بصورة ذات قيمة. ومع ذلك فإن التخصرات تكون قد "تمركزت موضعياً" وتحددت في الاتجاه بحيث يكون العرض صغيراً بالمقارنة مع أبعاد سطح الصفيحة. وعلى هذا فهي تبدو بصورة نموذجية كأخاديد على السطح كما أنها في الصفائح المطيلة ductile أي القابلة للسحب والطرق تكون هي السبب الرئيسي في التمزق الذي يحدث في تشكيل صفائح المعادن .

(٣،٦) شرط التخصّر الموضعي

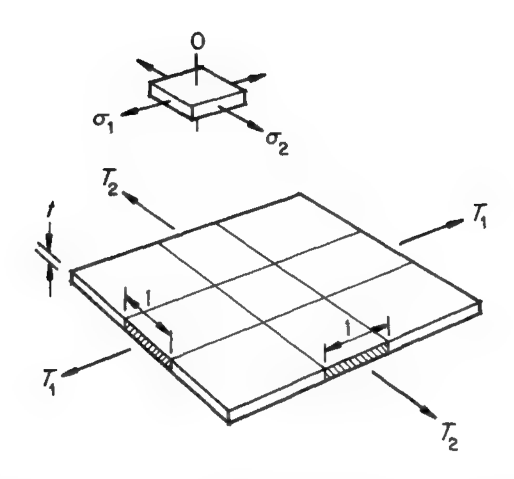
A condition for local necking

إننا نناقش منطقة في صفيحة تتشوه، حيث تكون الإجهادات الرئيسة منتظمة، كما هي الحال في الشكل رقم (٣,١٢) .فقوى الوحدة أو "الشدود" tensions التي تنتقل عبر الصفيحة تكون قد حددت على أنها :

$$T_1 = \sigma_1 t \;;\; T_2 = \sigma_2 t \qquad (٣,١٩)$$

كما أنه، من المناقشة السابقة، يكون باستطاعتنا بصورة معقولة اشتراط أن أسلوب التخصر الموضعي ينبغي ألا يشوش هذه الأوضاع أو أية شروط حدودية boundary conditions أخرى .وقد فرض شرط ضروري للتخصر الموضعي، وهو أن واحداً أو أكثر من الشدود الحدودية تصل إلى أقصى مدى .وقد تقوم بعض ظواهر الانهيار بتعجيل حدوث الانهيار تحت تأثير قوة شد متصاعدة، ولكن بهذا الاستثناء، فإننا نذكر أنه بالنسبة للتخصر الموضعي فإن :

$$dT \leq o \qquad (٣,٢٠)$$



الشكل رقم (٣,١٢). الشدود (التوترات) الرئيسة(T_2) و(T_1) في صفيحة تتشوه بأسلوب متناسب، حيث $\sigma_2 = \alpha\sigma_1$. ($T_2$ و T_1 هي قوى الشد لكل وحدة عرض).

أما بالنسبة لمنطقة الصفيحة الموضحة في الشكل رقم (٣,١٢) فإن الإجهادات الرئيسة وزيادات الانفعال هي :

$$\sigma_1\ ;\ \sigma_2 = \alpha\,\sigma_1\ ;\ \sigma_3 = 0$$
$$d\varepsilon_1\ ;\ d\varepsilon_2 = \beta\, d\varepsilon_1\ ;\ d\varepsilon_3 = -(1+\beta)\, d\varepsilon_1$$

إذا، وإذا فقط، كانت (α) و (β) ثابتتين، فإن المعادلة رقم (٣,١٩) بالإمكان مفاضلتها كما، تم بيانه ويصل الشد إلى قيمة قصوى عندما تكون :

$$dT_1/T_1 = d\sigma_1/\sigma_1 + dt/t = d\sigma_1/\sigma_1 + d\varepsilon_3 = d\sigma_1/\sigma_1 - (1+\beta)d\varepsilon_1 \quad (٣,٢١)$$

أي أن :

$$1/\sigma_1\,(d\sigma_1/d\varepsilon_1) = 1+\beta \quad (٣,٢٢)$$

وإذا كانت المادة تخضع أو تمثل لقانون إجهاد – وانفعال عام :

$$\sigma_f = K\varepsilon^n \quad (٣,٢٣)$$

عندئذ، وباستخدام علاقات تم استنتاجها سابقاً يمكن بيان أنه، لأي أسلوب تشويه متناسب فإن :

$$\sigma_1 = K`\varepsilon_1^n \quad (٣,٢٤)$$

حيث :

$$K` = Kf(\beta, n)$$

وبمفاضلة المعادلة (٣،٢٤) فإننا نحصل على :

$$1/\sigma_1 (d\sigma_1 / d\varepsilon_1) = n / \varepsilon_1 \quad (٣,٢٥)$$

وعندما تصل (T_1)إلى قيمة قصوى فان الانفعالات في المستوى تكون :

$$\varepsilon_1^* = n/(1+\beta) ; \varepsilon_2^* = \beta n/(1+\beta) \quad (٣،٢٦ أ)$$

أو :

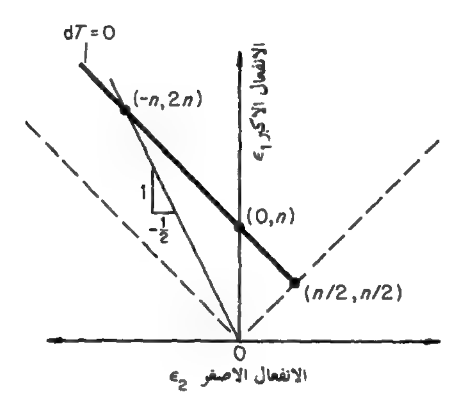
$$\varepsilon_1^* + \varepsilon_2^* = n \quad (٣,٢٦ ب)$$

وفي حيز الانفعال ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$)، فإن المعادلة (٣,٢٦) يمكن أن تمثل على أنها خط حدودي فاصل limiting line ، كما هو مبين في الشكل رقم (٣،١٣). أما في مسار الانفعال المساوي للشد البسيط فإن $\beta = -½$ والانفعال عند أقصى شد يكون $\varepsilon_1^* = 2n$ والذي هو ضعف الانفعال عند أقصى حمل في اختبار الشد .

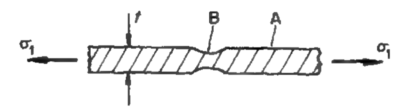
وكما حدث في مناقشة التخصر المطول في اختبار الشد، فإن بلوغ أقصى وحدة قوة افترض وجوده فقط لإظهار بداية التخصر في المنطقة التي وجد فيها ضعف قليل. فلو كانت الصفيحة في الشكل رقم (٣،١٢) مثالية وخالية من العيوب، فإن من المتوقع أن تستمر في الانفعال بصورة منتظمة إلى ما بعد هذه النقطة .وبالقياس على اختبار الشد، ولكن في هذه الحالة نأخذ قطاعاً في اتجاه (σ_1)كما هو في الشكل رقم (٣،١٤)، فإن العيب (B)، سيواصل الانفعال على معدل متسارع، بينما المنطقة المنتظمة (A) ستزيل الحمل بصورة مرنة .وسيكون الانفعال في (A)أقل قليلاً من $\varepsilon_2 = \beta n/(1+\beta)$ و

$\varepsilon_1 = n/(1+\beta)$، إذا كان العيب $(\delta t_0/t_0)$ صغيراً جداً، ولكنه ليس كمية مهملة .ومع هذا، فإن هناك شرطين مهمين ينبغي تلبيتهما وهما لاينطبقان على التخصر المطول لقضيب شد .وفيما يلي بيانهما :

١ - إن أسلوب التشوه في التخصر أو الرقبة (كما تم تحديده بـ α أو β) ينبغي أن يبقى غير متغير من أجل تأكيد أن (T_1) هي، في الحقيقة، في أقصى قيمة كما حدد في المعادلة (٣,٢١) ؛



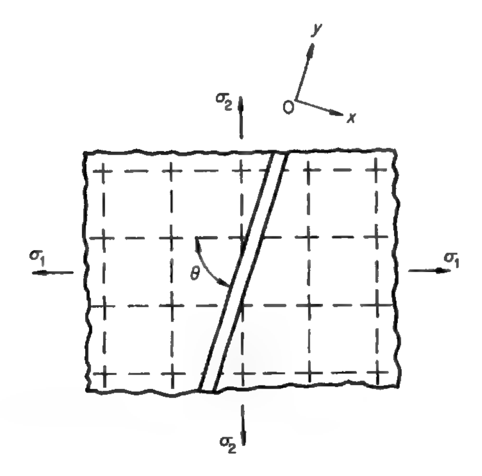
الشكل رقم (٣,١٣). قيمة الانفعال على مسارات تحميل مختلفة لأقصى شد لمادة تكون فيها $\sigma_f = K\,\varepsilon^n$.



الشكل رقم (٣,١٤). العيب الذي ينتشر بالنسبة لسماكة الصفيحة، ولكنه يتمركز موضعيًا في السطح.

٢ - ينبغي أن يبقى التشوه في المنطقه المنتظمة (A) منتظماً، للتأكد من أن الشروط الحدودية في المنطقة المبينة في الشكل رقم (٣,١٢) لم تتغير بعملية التخصر .

ويؤكد الشرط الثاني أن التخصر لم يكبر كرقعة في المنطقة، كما تم بيانه في الشكل رقم (٣,١١) .ويمكن بيان أن الشكل الهندسي الوحيد للتخصر لكي ينشأ ويتطور هو أن يكون على شكل أخدود يميل بزاوية (θ)على الاتجاه الرئيسي (1)، كما هو موضح في الشكل رقم (٣,١٥) . والزاوية (θ)تم تحديدها بواسطة الشرط الأول .أما إذا أزيل الحمل من المنطقة خارج التخصر وبقيت، مع إهمال الانفعال المرن، صلبة أثناء نمو التخصر، فإن التوافق يتطلب أن يكون الانفعال على طول التخصر، (ε_y) صفراً أيضاً اثناء التخصر.



الشكل رقم (٣,١٥). تخصر موضعي في منطقة الانفعال المنتظم تميل على زاوية(θ) مع أعظم إجهاد رئيس.

ويتطلب الشرط الأول المذكور آنفًا ألا يتغير نمط التشوه في المنطقة (B) أثناء التخصر، ولذلك فإن الانفعال في الاتجاه (y) قبل التخصر ينبغي أيضاً أن يكون صفراً، أو كما يعبر عنه عادة، بأن "التخصر الموضعي سيتطور على طول خط ذي تمدد مقداره صفر". ويمكن تحديد اتجاه التمدد الصفري باستخدام دائرة مور الخاصة بالانفعال المتزايد كما هو مبين في الشكل رقم (٣,١٦). ويلاحظ أن مركز الدائرة هو عند النقطة :

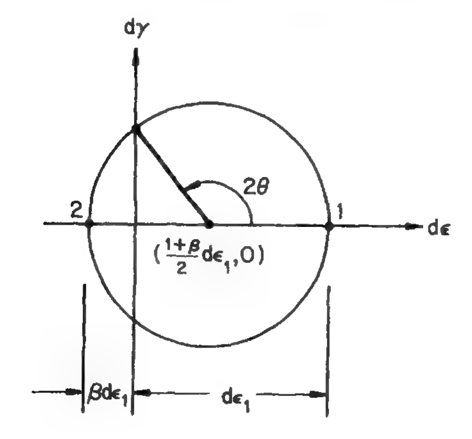
$$\{[(1 + \beta)/2]\ d\varepsilon_1, 0\}$$

ونصف القطر هو $(1 - \beta)\ d\varepsilon_1/2$، عندئذ فإن :

$$\cos 2\theta = - \{(1 + \beta)/(1 - \beta)\} \qquad (٣,٢٧)$$

وعند $\beta = - 1/2$، فإن $\theta = 55°$ وعند $\beta = 0$، أي انفعال مستو، فإن $\theta = 90°$.

وعلى أي حال، إذا كانت $\beta > 0$، فإنه لا يوجد هناك حل للمعادلة (٣,٢٧) كما أنه لا يوجد هناك اتجاه في مستوى الصفيحة يكون فيه تمدد صفري .



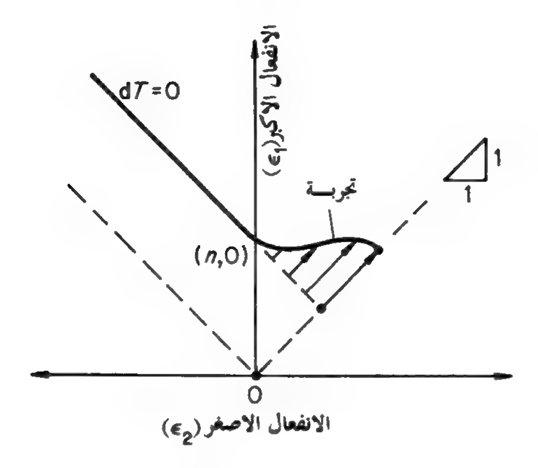
الشكل رقم (٣,١٦). دائرة مور للانفعال التزايدي تبين الخط الذي استطالته صفر.

وتشير الحجج الآنفة الذكر إلى أنه في وجود بعض العيوب البالغة الضآلة، فإن بلوغ أقصى شد في الصفيحة يتيح تطور تخصر متمركز على طول خط التمدد الصفري في الصفيحة .وهكذا فإنه، عند o ≤ β فإن الخط في الشكل رقم (٣,١٣) يمكن أن يستخدم حدا لتخصر موضعي كما تم توضيحه. وعلى هذا فإن حججاً مماثلة لتلك المستخدمة أعلاه بالنسبة للتخصر المنتشر ستبين أنه إذا كانت العيوب الأولية ذات أهمية، فإن الانفعالات القصوى في المنطقة المنتظمة ستكون أقل من (ε_1*) و (ε_2*)بكمية ما لها علاقة بالعيب الأولي ($\delta t_o/t_o$) . وزيادة على ذلك، فإنه إذا كانت العيوب موجهة بحيث إن أشدها موجود في الاتجاهات الأخرى غير اتجاه التمدد الصفري، فإن التخصر قد يتطور في مثل هذا الاتجاه .ومع هذا، فإنه للعيوب الصغيرة والموزعة عشوائياً في المقدار والاتجاه في حد سواء ،فإن تطور الأخدود على طول خط التمدد الصفري عند أقصى شد،o ← dT ، سيكون أكثر الأنماط احتمالاً للانهيار عند o ≤ β، أي في نمط التمدد والشد (المط) stretching .

وتظهر التجربة أنه إذا كانت الصفيحة تتمدد بالشد (أي المط) في كلا الاتجاهين الرئيسين، أي أن:

$$o < \beta \leq 1$$

فإن التخصر الموضعي عندئذ يمكن ملاحظته عند انفعالات أكبر من تلك التي تحدث عند أقصى شد كما تم بيانه بواسطة الخط المتصل في الشكل رقم (٣،١٧) .وتوحي البينة التجريبية أنه في الوقت الذي يكون فيه بلوغ أقصى شد هو شرط ضروري للتخصر الموضعي، فإنه قد لايكون شرطاً كافياً تحت ظروف المط الثنائي المحاور، وأنه لذلك يجب أن يكون هناك أسلوب ما يقوم بتأخير تطور التخصرات في هذه المنطقة. وقد تم تقصي هذا الأمر في البند التالي.



الشكل رقم (٣,١٧). الزيادة الملاحظة تجريبيًا في الانفعال الثابت فيما وراء أقصى شد في التمدد أو الشد الثنائي المحور $0 < \beta < 1$.

(٣,٧) التخصر في الشد الثنائي المحور Necking in biaxial tension

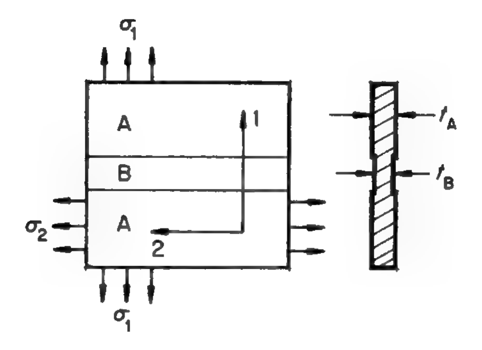
يوجد في منطقة تشوه الصفيحة في حالة الشد الثنائي المحور عيب مسبق الوجود، وهو (B)، على شكل أخدود عمودي على أكبر الإجهادات الرئيسة، كما هو موضح في الشكل رقم (٣,١٨) .ويتميز هذا بنسبة السماكة الأولية في المنطقة المنتظمة (A) وفي منطقة الأخدود،(B) ، أي أن :

$$f_o = (t_B/t_A)_o \qquad (٣,٢٨)$$

وتأثير العيب على بعض الاتجاهات الأخرى ستتم مناقشته في وقت لاحق. وكما حدث في السابق، فإننا نطالب بألا يجب أن يؤثر أسلوب التخصر على الشروط

الحدودية .وإننا نتوقع أن الانفعال، بعد أقصى شد (T_1)، قد يتسارع في منطقة العيب. ومع هذا، فان توافق الإزاحات الموازية للأخدود تتطلب أن يكون :

$$(d\varepsilon_2)_A = (d\varepsilon_2)_B \qquad (٣,٢٩)$$



الشكل رقم (٣,١٨). العيب (B) في المنطقة (A) ذات الانفعال المنتظم. العيب عمودي على اتجاه أكبر إجهاد رئيسي.

والآن نقوم بمناقشة المنطقة التي تحتوي على العيب لأحد أساليب التشوه المتناسب المطبق على المنطقة المنتظمة (A)، أي أن :

$$\sigma_{1A}\,;\ \sigma_{2A} = \alpha_o\,\sigma_{1A} \qquad \sigma_{3A} = 0$$
$$\varepsilon_{1A}\,;\ \varepsilon_{2A} = \beta_o\,\varepsilon_{1A} \qquad \varepsilon_{3A} = (1+\beta_o)\,\varepsilon_{1A}$$

ويكون الشد في الاتجاه (1) قد نقل دون تغيير عبر الأخدود، وبذلك فإن حالة التوازن تكون :

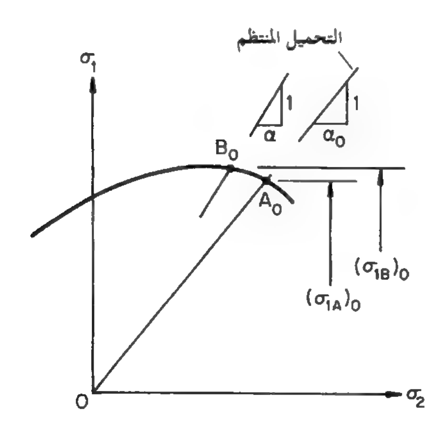
$$T_1 = \sigma_{1A}\,t_A = \sigma_{1B}\,t_B \qquad (٣,٣٠)$$

ونعتبر أن سلوك المادة في مختلف أنحاء المنطقة قد تم وصفه بواسطة العلاقة التكوينية الإنشائية الأساسية constitutive relation :

$$\sigma_f = K\,(\varepsilon_o + \varepsilon)^n \qquad (٣,٣١)$$

كما أننا، في حيز الاجهاد، نقوم بدراسة التشوه الأولي في المنطقة بأكملها .وكما تم بيانه في الشكل رقم (٣,١٩)، فإن سطح الخضوع الأولي هو شكل فون ميسس الإهليليجي المناظر لإجهاد الخضوع الأولي، " $\sigma = k\varepsilon_o$. كما أننا نتصور أن كلا من المنطقين قد حمل على طول مسار الإجهاد المفروض (OA_o) ذي الميل ($1/\alpha_o$) ومن معادلة التوازن نلاحظ أن (σ_B)هي دائماً أكبر من (σ_A) وأنه، بصورة أولية :

$$(\sigma_{1B})_o = (\varepsilon_{1A})_o / f_o \qquad (٣,٣٢)$$



الشكل رقم (٣,١٩). حالة الإجهاد (A_o) والمنطقة المنتظمة (B_o) والعيب في بداية التشوه اللدائني.

حيث، كما تم توضيحه في المعادلة (٣,٢٨)، أن (f_o) أقل قليلاً من الوحدة. وسيصل الأخدود إلى بداية سطح الخضوع أولاً مع أن التشوه قد منع من الحدوث بسبب الشروط الهندسية geometrical conditions، المعادلة (٣,٢٩). ويمكن للتشوه أن يحدث فقط عندما تكون المادة في كل من (A) و (B) قد وصلت إلى حالة من الخضوع بحيث إن زيادات الانفعال اللدائني الموازية للأخدود يمكن أن تكون متساوية. وهكذا، فإنه في بداية الخضوع، تكون (B) قد تحركت حول سطح الخضوع بحيث إن نسبة الإجهاد تكون الآن:

$$(\sigma_{2B}/\sigma_{1B})_o = \alpha \qquad (٣,٣٣)$$

حيث: $\alpha < \alpha_o$

وهكذا، بخلاف حالة الأخدود على طول خط التمدد الصفري، فإن مسار التحميل في الأخدود في الشد الثنائي المحور سيتغير أثناء التشوه، أي أن (α) و (β) لا يمكن أخذهما على أنهما ثابتان في المنطقة (B).

وسنقوم الآن ببحث تشوه كل منطقه أثناء وجود بعض الزيادات الصغيرة، $d\varepsilon_{2A}=d\varepsilon_{2B}$. ويكون متجه زيادة الانفعال، تبعاً لقاعدة انسياب ليفي ميسس Levy-Mises flow rule، عمودياً على سطح الخضوع، وهكذا، فإننا، من المنظر المكبر في الشكل رقم (٣,٢٠)، نلاحظ أنه بالنسبة للأخدود، $\beta<\beta_o$، وبالتالي، فإنه كما هو مبين في الرسم البياني، للزيادات المتساوية في الانفعال، فإن ($d\varepsilon_2$)، يكون موازياً للأخدود.

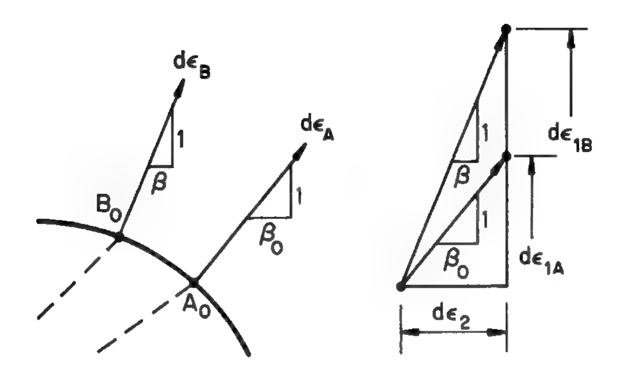
$$d\,\varepsilon_{1B} > d\varepsilon_{1A}$$

وفي نهاية هذه الزيادة، يكون الانفعال الفعال في الأخدود أكبر مما هو في (A) ولذلك فان كل نقطة تقع على سطح خضوع مختلف كما هو مبين في الشكل رقم (٣,٢١)، ونظراً لأن:

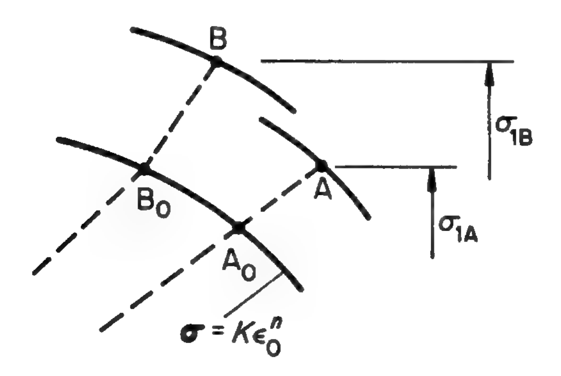
$$|d\,\varepsilon_{3B}| > |d\varepsilon_{3A}|$$

فقد ازداد عمق الأخدود قليلا، وأن:

$$\sigma_{1A}/\sigma_{1B} < (\sigma_{1A}/\sigma_{1B})_o \;;\; \text{أو} \;\; t_B/t_A < f_o$$



الشكل رقم (٣,٢٠) يدور متجه الانفعال كلما تحركت نقطة الإجهاد حول سطح الخضوع.

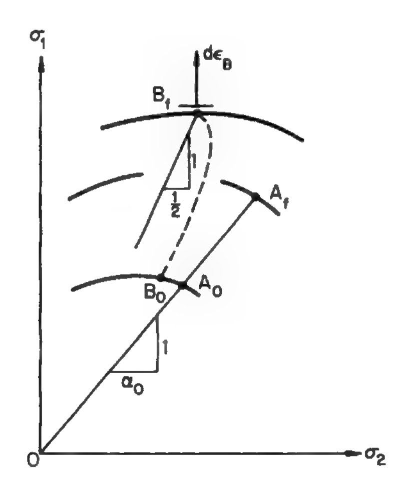


الشكل رقم (٣,٢١). حالات الإجهاد في المنطقة المنتظمة (A) وفي الأخدود (B) بعد زيادة الانفعال الأولي.

وقد يتبع هذا الأسلوب في التحليل العددي التزايدي، incremental numerical analysis ، إلا أن النتيجة قد تم توضيحها هنا بصورة بيانية .وكلما تشوهت المنطقة (A) على طول المسار الثابت، فإن النقطة التي تمثل (B) ستتحرك حول سطح الخضوع الخاص بالنقطة (B) كلما تزايد عمق الأخدود . وفي نهاية المطاف، فإن (B) ستصل إلى نقطة الانفعال المستوي على سطح الخضوع، كما هو مبين في الشكل رقم (٣,٢٢)، حيث :

$$d\,\varepsilon_{1B} / d\,\varepsilon_{2B} = 1/\beta = \infty$$

وفي هذه النقطة، لا يحدث المزيد من الانفعال في A (لأن $d\varepsilon_2 = o$)، ويزداد (ε_{1B}) إلى أن يحدث الانهيار .



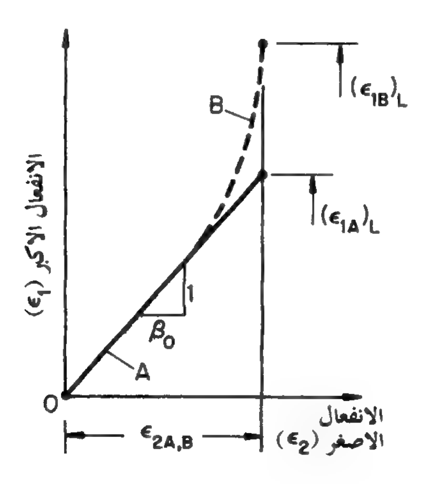
الشكل رقم (٣,٢٢). مسار نقطة الإجهاد للأخدود (B) التي تتحرك نحو انفعال مستو حيث

$\alpha = ½$

أمـا الانفعـال أثناء هـذه العملية، فيمكـن أن يوضـح كمـا هـو في الشـكل رقـم (٣،٢٣). وعلـى هـذا فإنه في المنتظمـة (A)يكـون مسـار الانفعـال خطيًـا، ولكـن في الأخدود، في الوقت الذي يكون فيه $d\varepsilon_{2B} = d\varepsilon_{2A}$ ، فإن الانفعال ($d\varepsilon_{1B}$) يسبق أو يزيد على ($d\varepsilon_{1A}$)، إلى أن يتـم الوصـول إلى الانفعال المسـتوي وتتمزق الصفيحة على طول الأخدود .ويكـون الانفعال في الصفيحة بعـد التمـزق في الأخدود هـو ذلك الذي تمـت مشـاهدته في المنطقة المنتظمـة، في A، وهـذا هـو مـا يعرف "بحد التشـكيل" forming limit للصفيحة والخاص بمسار التحميل (α_0)، أي أن حد التشكيل يكون :

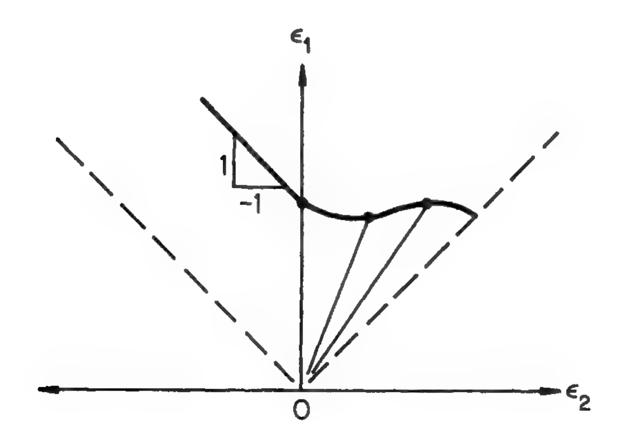
$$(\varepsilon_{1A}\ ,\ \varepsilon_{2A})\ \varepsilon_{1B} \rightarrow \infty \qquad (٣,٣٤)$$

وهو أقصى انفعال منتظم يمكن تطبيقه على الصفيحة في مسار التحميل هذا .



الشكل رقم (٣,٢٣). مسار الانفعال في الأخدود (B) وفي المنطقة المنتظمة (A) .

وبالقيام بهذا النوع من التحليل الآنف الذكر، أو بالقيام بمط عينات على العديد من مسارات التحميل المختلفة في الشد الثنائي المحور $(o < \beta_o < 1)$، فان عدداً من حدود التشكيل يمكن إيجادها وربطها كما في الشكل رقم (٣,٢٤)، لرسم "منحنى حد التشكيل" forming limit curve. وقد لوحظ أنه عندما تكون $(\beta \leq o)$، يكون الحد المناظر لـ $(d T_1 = o)$ مناسباً، لكن عندما تكون $(\beta > o)$، فإن الانفعال المنتظم يستمر بعد أقصى شد. وهذا الرسم البياني ذو أهمية كبيرة في تحليل الأساليب التكنولوجية. وبما أن نمط الانهيار كان متمركزاً، فلم يكن بالإمكان منعه عن طريق التحكم في الشروط الحدودية ولذلك فإنه يمثل حداً مادياً لا يمكن تجاوزه إلى أسلوب انفعال متناسب.

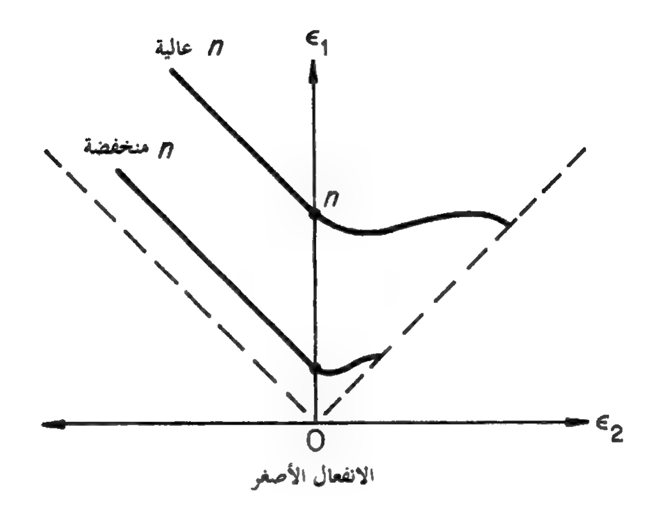


الشكل رقم (٣,٢٤) . منحنى حد التشكيل الذي يربط الانفعالات النهائية في المنطقة المنتظمة (E_{2A}, E_{1A}) لمسارات الانفعال المختلفة، β .

أما بالنسبة لمادة معطاة، فإن بإمكاننا تغيير الأسلوب بحيث إن توزيع الانفعال في القطعة ومسارات الانفعال لعنصر المادة تكون قد تغيرت، إلا إن "قابلية تشكيل" formability الصفيحة فتكون، بصورة عامة، عبارة عن انعكاس لمنحنى حدود تشكيلها .وهذا المنحنى عبارة عن خاصية مادية، والتي تعتمد على خصائص مثل الاصلاد الانفعالي، وتباين الخواص باختلاف المحور، وعدم التجانس ومعدل الحساسية، ومن المفيد بحث التأثير الفردي لهذه العوامل على منحنى حد التشكيل .

(٣،٨) تأثير الإصلاد الانفعالي Effect of strain hardening

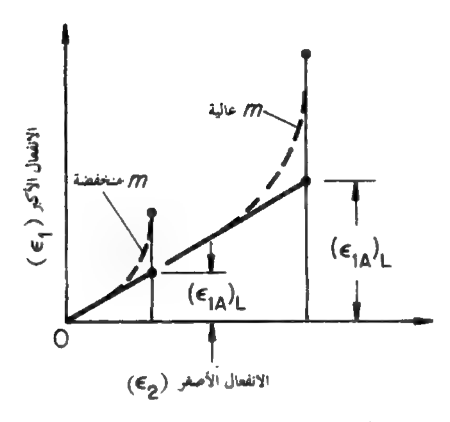
إننا نرى، من المعادلة (٢٦ , ٣)، أن التخفيض في أس الإصلاد الانفعالي،(n) ، سيخفض منحنى حد التشكيل على الجانب الأيسر من الرسم البياني كما هو موضح في الشكل رقم (٣,٢٥) .ومع هذا فإننا، في حالة الشد الثنائي المحاور، نلاحظ من الوصف الآنف الذكر للأسلوب التزايدي أن قابلية التوافق وشكل سطح الخضوع، يقيد تطور التخصير حتى في غياب الإصلاد الانفعالي .وهكذا فان تخفيض n (كما يحدث، على سبيل المثال، في تشكيل الصفيحة على البارد cold working) سيخفض حد التشكيل في الانفعال المستوي بصورة سريعة جداً، مع أن حد الانفعال في الشد الثنائي المحاور المتساوي equal biaxial tension، $\beta = 1$ ، ينخفض بصورة أقل سرعة. وتبين التجربة أن الصفيحة المشكلة على البارد بصورة تامة والتي تكون فيها قابلية التشكيل بالانفعال المستوي صفراً تقريباً، يمكن في بعض الحالات، ان تمط بصورة كبيرة في الشد الثنائي المحاور المتساوي. ويوضح الرسم البياني، الشكل رقم (٣,٢٥)، المبدأ الرئيسي العام القائل إنه في أساليب تشكيل الصفائح غير أسلوب السحب المحض pure drawing، حيث $\beta = -1$، فإن الاصلاد الانفعالي يكون عادة أهم عامل يؤثر على قابلية التشكيل .



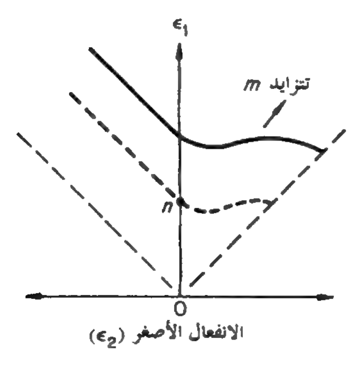
الشكل رقم (٣,٢٥). تأثير الإصلاد الانفعالي (n) على منحنى حد التشكيل.

(٣,٩) تأثير معدل الحساسية Effect of rate sensitivity

في الصفائح المتواصلة يكون تأثير معدل الحساسية مماثلاً لذلك الذي تم وصفة آنفاً فيما يتعلق باختبار الشد، أي أنه يؤخر معدل نمو التخصر .ففي الشكل رقم (٣,٢٦)، يتزايد حد الانفعال لمسار انفعال معين بواسطة معدل حساسية موجب، كما يوجد هناك زيادة عامة في مستوى حد التشكيل كما هو مبين في الشكل رقم (٣,٢٧). أما في الانفعال المستوي، فانه يمكن لحد التشكيل أن يتجاوز n لمادة تعتمد على معدل الحساسية .



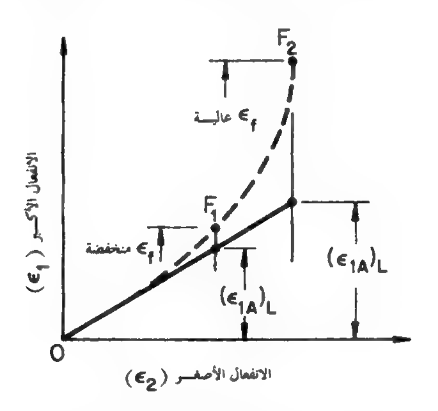
الشكل رقم (٣,٢٦). تأثير معدل الحساسية على مسار الانفعال في العيب (B).



الشكل رقم (٣,٢٧). تأثير الحساسية الموجب (أي الزيادة في (m) على منحنى حد التشكيل.

(٣,١٠) الكسر المطيل Ductile fracture

لقد افترض في السابق أن المواد تتشوه دائماً بالمطل والانسياب اللدائني المتواصل، مع انه في تشوه الشد، قد تصل المواد إلى انفعال يحدث عنده الانهيار بصورة مفاجئة .ويختلف انفعال الكسر هذا بصورة كبيرة من مادة لأخرى وغالباً لا يوجد ما يدل عليه من العوامل النمطية للمادة مثل الاستطالة الإجمالية total elongation. وقد يؤثر أو لا يؤثر انفعال الكسر على منحنى حد التشكيل كما تم بيانه في الشكل رقم (٣,٢٨) .المنحنى المتقطع هو الانفعال في الأخدود وإذا كان انفعال الكسر للمادة منخفضاً، بحيث يتكسر الأخدود عند النقطة (F_1)، فإن انفعال حد التشكيل في المنطقة المنتظمة $(\varepsilon_{1A})_L$ يكون اقل مما لو كان الأخدود قد وصل إلى الانفعال المستوي وحدث الكسر عند (F_2). ونلاحظ أيضاً أن التغييرات في انفعال الكسر في منطقة (F_1) ستؤثر على قابلية التشكيل، بينما تلك التي تكون قريبه من (F_2) فإنها سوف لا تؤثر .

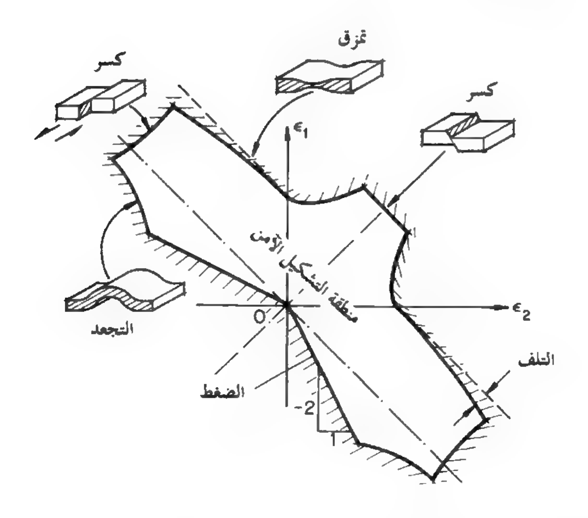


الشكل رقم (٣,٢٨). تأثير انفعال الكسر المتدني في الأخدود، عند (F_1)، بالمقارنة مع انفعال كسر أعلى عند (F_2)، على انفعالات حد التشكيل (ε_{1A}). التغيرات في (ε_f) ستؤثر على انفعال الحد.

والكسر بصورة نموذجية هو نتيجة للتمركز الموضعي للانفعال في حجم اصغر حتى من التخصر الموضعي أو الأخدود الذي تمت مناقشته آنفاً .وإذا ما نظرنا إليه بصورة مجهرية ، فان التمركز الموضعي غالباً ما يظهر على شكل حزم قص shear bands بالرغم من أن أشكالاً أخرى تكون ممكنة. وهناك قواعد متعددة للكسر المطيل تم اقتراحها ؛ إحداها وقد تكون مناسبة للصفائح هي قاعدة إجهاد القص الحرج .وفي حيز الانفعال يمكن لهذه القاعدة أن تمثل بواسطة منحنيين كما هو مبين في الشكل رقم (٣,٢٩) .فكما هو مبين في أعلى يسار الرسم البياني ، فان القص يحدث في مستوى عمودي على السطح كنتيجة لإجهادات سحب عالية ،(α = -1) ؛ أما على الناحية اليمنى ، فان القص يحدث على زاوية تميل ٤٥° على سطح الصفيحة .وكما ذكر آنفاً ، إذا كانت انفعالات الكسر هذه كبيرة بالمقارنة مع حد التشكيل أو انفعالات التخصر فإنها عندئذ لا تؤثر على التخصر لأن الانفعال المستوي قد تم الوصول إليه في التخصر قبل الكسر .وهذا الرسم البياني مفيد لأنه يبين المناطق التي يمكن فيها القيام بتشكيل صفيحة بالإجهاد المستوي. (أن الإجهاد المستوي يعني ضمناً أنه ، بخلاف أساليب الدلفنة rolling أو الكوي ironing ، فإن الصفيحة تتشوه بواسطة الشدود التي تنتقل عبر الصفيحة مع كون إجهاد السماكة مهملاً) .وقد مثلت الأساليب المتناسبة بواسطة خطوط إشعاعية من نقطة الأصل .ففي السحب ،(β = -1) ، فإن الانفعالات الكبيرة ممكنة ولا تكون محدودة إلا بالكسر فقط ، لكن عندما تكون ($1 < \beta < 1$) فان التخصر هو أكثر الأنماط احتمالاً للكسر .اما بالنسبة لـ ($\beta < -1$) ، فان هناك حداً آخر ، وهو التغضن (أو التجعد) wrinkling ، والذي لايكون مجرد خاصية مادية بل أنه يكون مصحوباً بعدم ثبات انضغاطي compressive instability .

وهناك حد آخر متأصل في تشكيل المعدن الصفحي .فكما ذكر آنفاً ، فان تشكيل المعدن الصفحي يحدث كنتيجة لقوى تنتقل عبر الصفيحة ؛ وهذه القوى تظهر من القوى العمودية التي تحدثها المعدات على الصفيحة. وتكون معظم القوى قوى شد ، بالرغم من أنه إذا سحبت المادة إلى حيز جامع converging space ، فإن قوى ضاغطة

ستظهر .وهناك مثال نموذجي لهذا في حالة سحب الشفاه flange في سحب الأقداح العميقة deep-drawn cup. وعلى هذا فان القوى المحيطية وتبعاً لذلك الإجهادات تكون ضاغطة بينما الإجهاد نصف القطري يتفاوت من قيمة شد عالية عند نصف القطر الداخلي للشفة إلى صفر على الحافة الخارجية .وهذه حالة تحديد لمدى الإجهاد في تشكيل الصفائح، حيث لا يمكن للإجهادات الغشائية الرئيسة في الصفيحة أن تكون ضاغطة والحد هو عندما تكون (σ_2) سالبة و (σ_1) صفراً في آن واحد، أي عندما تكون نسبة الانفعال (β) في المعادلة (١,٣٤) هي (٢-). وقد تم توضيح هذه الحالة بواسطة الخط ذو الميل (½-) في الشكل رقم (٣,٢٩).



الشكل رقم (٣,٢٩). الحدود المتعددة لأسلوب تشكيل الصفيحة البسيط.

ويحدث نقصان آخر في هذه "النافذة" الخاصة بالتشكيل الآمن في حيز الانفعال وذلك بسبب التناقص التدريجي في الاصلاد الانفعالي بسبب التلف damage الذي يحدث عند انفعالات عالية أدنى من تلك المتوقعة من القانون الأُسِّي power law ، المعادلة رقم (٣,٢٣) .وهكذا فان حد التخصر في الشكل رقم (٣,٢٩) يكون قد انتقل بعيداً عن الخط ذو الميل (-١) (المبين بواسطة الخط المتقطع) .

ويوضح الشكل رقم (٣,٢٩) المبدأ القائل بأن تشكيل الصفائح هو عبارة عن أسلوب شد قد يكون محدوداً بالتخصر (التمزق)، أو الكسر، أو التغضن وان فن تشكيل المعدن الصفحي هو تحقيق التغيير المطلوب في الشكل دون إحداث انفعالات تقترب من أي من هذه الحدود .

وعلى هذا فان قياس الانفعال في القطع المشكلة يدعم وجهة النظر القائلة بأن الانفعالات الآمنة أو المقبولة تقع ضمن نافذة في حيز الانفعال كما تم بيانه في الشكل رقم (٣,٢٩) .ويمكن النظر إلى بعض أنماط الانهيار هذه على أنها تركيز موضعي للانفعال في أحجام صغيره متتالية من المادة .وتكون بداية التخصر المطول كما تمت مناقشتها في البند (٢,٣) مصحوبة بأقصى حمل كلي ويمكن أن توصف رياضياً كالتالي :

$$d(\sigma_f A) = o$$

ويكون للتمركز الموضعي تواجد على العرض الكلي لقطعة الشغل .وعند الانفعالات الكبرى يصبح الانفعال متمركزاً في الأخدود الذي يكون عرضه قريباً من نفس سماكة الصفيحة .وكما تم بيانه آنفاً، فإن هذا يكون مصحوباً بأقصى حد في الشد أو " القوة لكل وحدة عرض " .أي أن :

$$d(\sigma_f t) = o$$

وبالتفاضل بالنسبة للانفعال الفعال ؛ أي بوضع :

$$\frac{d}{d\varepsilon}(\sigma_f t) = 0$$

تنتج المعادلة رقم (٣,٢٦ ب) .

أما تركيز الانفعال في حزمة قص في أنواع من الكسر المفاجئ الموضح في الشكل رقم (٣,٢٩)، فقد بدأ أحداثه بواسطة تركيز الانفعال في حجم بالغ الصغر من المادة ويبدو أنه يكون مصحوباً بأقصى حد في منحنى الإجهاد - والانفعال، أي أن :

$$d(\sigma_f) = o$$

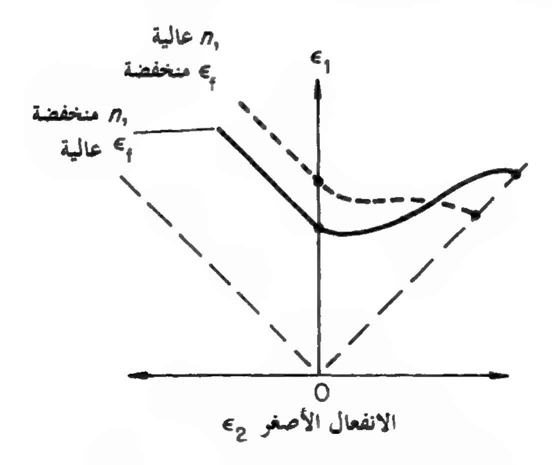
وهذا الارتباط لأنماط الانهيار مع المقياس الهندسي مفيد فمثلاً، يتم أحياناً القيام بتسوية الصفائح المعدنية بواسطة الإمساك بصفائح كبيرة من كل طرف ومن ثم القيام بسحبها (أو جرها) .ويكون هذا الأسلوب فعالاً بشرط أن يتزايد الحمل بسرعة مع التمدد أي أن $d(\sigma_f A) > 0$, أما في الأساليب التي تكون مقيدة هندسياً بصورة أكبر بواسطة المعدات الجاسئة الصلبة rigid tooling، فان الانهيارات المصحوبة بالتخصر الموضعي المتمركز $d(\sigma_f t) \rightarrow O$ تكون أكثر احتمالاً، كما أن العيوب بمقاييس مماثلة تقريباً لسماكة الصفيحة مثل الأحجام الحبيبية الكبيرة او خشونة السطح الشديدة ستؤثر على انفعالات الانهيار .أما نوع الكسر المطيل للانهيارات المصحوبة بـ $d(\sigma_f) \rightarrow 0$ فتكون متأثرة بعيوب على مقياس أكثر صغراً مثل الشوائب الدخيلة الموجودة في البنية المجهرية .

ومن المهم ملاحظة أنه في حالة تطوير سبائك جديدة، فان التغييرات التي تعزز خصائص الإصلاد الانفعالي قد تقلل انفعال الكسر فإذا كان انفعال الكسر هذا متدنياً، فانه قد يكون قد أثر على حد التشكيل كما تم بيانه في الشكل رقم (٣,٣٠)، ولذلك فان زيادة حد الانفعال المستوي عن طريق زيادة n قد يقلل الحد الثنائي المحور بتقليل انفعال الكسر .

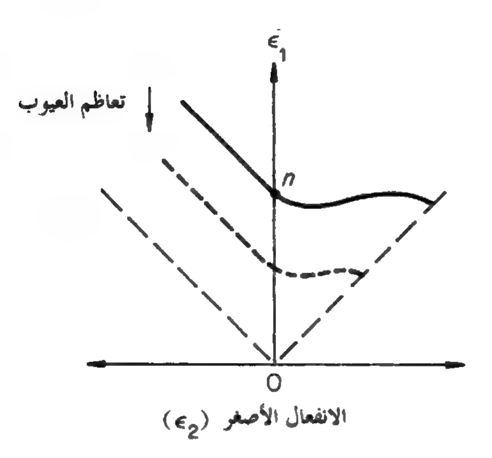
(٣,١١) الاختلافات في العيوب Differences in imperfections

في الجانب الأيسر من الرسم البياني لحد التشكيل، تم بيان أن التخصر يمكن أن يحدث على طول خطوط التمدد الصفري بشرط أن تكون بعض العيوب البالغة الصغر موجودة بصورة أولية في الصفيحة .فإذا زادت شدة العيوب الأولية، فإن بإمكاننا توقع

أن يصبح خط الانفعال الحدي أدنى مستوى كما هو موضح في الشكل رقـم (٣,٣١). ويمكن اكتشاف التـأثر في الشـد الثنائي المحور فقـط، بالقيام ببعـض التحليلات ولكن الانفعـالات التحديدية تقل كلما قل عـامل العيـب الأولي f_o. أما تأثير توجيه العيـب فيعتمـد على الأسلوب .ففي المط stretching، فان الاتجاه الأكثر احتمالاً لحدوث التخصر، هو أن يكون عمودياً على أقصى إجهاد شد .وعلى أي حـال، إذا كـان عيب أولي أكثر شدة موجوداً في اتجاه آخـر، فإن تخصراً، عنـدئذ، يمكن أن يتطور في هذا الاتجاه .وهذا يبين أن كلاً من الحدة والاتجاه يجب اعتبارهما معاً، وانه في الشـد الثنائي المحور، فان توجيهاً لعيب أولي بعيداً عن الاتجاه العمودي على أقصى إجهاد شد سيقلل تأثير العيب .وهذه الاعتبارات على جانب مـن الأهمية في بعض عينات فولاذ الصفـائح المجلفنة galvanized الـتي تحتـوي علـى مجموعـة منتظمـة مـن التخصـرات (التحزيزات) العمودية على اتجاه الدلفنة.



الشكل رقم (٣,٣٠). تأثير الزيادة المتزامنة في (n) والنقصان في (ϵ_f) على منحنى حد الشكل.



الشكل رقم (٣,٣١) تأثير زيادة حدة وشدة العيب الأولي (f_0) ونقصانه، على منحنى حد التشكيل.

وعلى أي حال، فانه على الجانب الأيسر من الرسم البياني لحد التشكيل، فان نمط الانهيار الأكثر احتمالاً يكون على طول خط التمدد الصفري .أما في حالة الانفعال المستوي، $\beta = 0$ ، فان هذا يناظر الاتجاه العمودي على أعظم إجهاد شد، وأما في حالة ($\beta = -½$)، على سبيل المثال، فان الاتجاهين يكونان مختلفين كما أن العيب العمودي على أعظم إجهاد يكون اقل تأثيراً من ذلك الموجود في اتجاه التمدد الصفري .

(٣,١٢) اعتبارات أخرى Other considerations

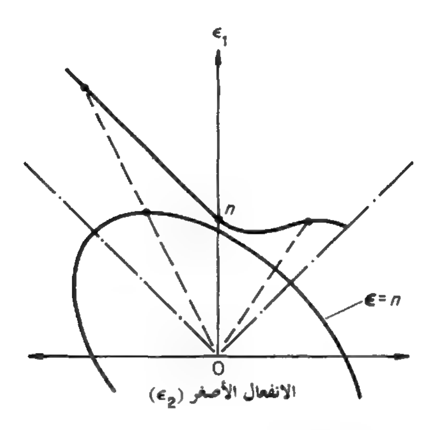
لقد تم بيان أنه في الشد الثنائي المحور، يتم تأخير نمو التخصر فيما وراء (أو بعد) حالة أقصى شد وذلك بواسطة القيود الهندسية geometric constraints وشكل سطح الخضوع .حيث يجب أن تصل المادة في الأخدود إلى حالة الانفعال المستوي قبل حدوث

عدم الاستقرار الكامل .وكما تم بيانه في الشكل رقم (٣.١٧) وما يمكن أن يكون متوقعاً من الشكل رقم (٣.٢٢)، فإن الانفعال الإضافي يكون في حالة الشد الثنائي المحور المتساوي عند، $\beta = 1$ ، وأكبر من اقرب انفعال مستوي في حالة، $\beta = O$. كما أن من المتوقع أنه كلما زادت نسبة الانفعال β نحو الوحدة فان الانفعال الحدي سيزداد فوق أقصى حد للشد ؛ وعلى أي حال، فسواء كان منحنى حد التشكيل في الشد الثنائي المحور أكبر أو أصغر من (n) فانه سيعتمد على خصائص المادة .وكما سبق أن تم بيانه، فان المطيلية المحدودة (انفعال الكسر المتدني) يمكن أن يخفض المنحنى نحو الشد الثنائي المحور ولكن العوامل الأخرى مثل تلف المادة، وتأثيرات الاصلاد الحركي (الكينماتيكي) kinematic hardening، أو فقد قابلية الاصلاد الانفعالي التي يمكن أيضاً أن تحدث نفس النتائج .

وفي أي نموذج رياضي للانفعالات الحدية، فان جودة النتائج، في أفضل حالاتها، تكون على قدر جودة قيم خصائص المادة المستخدمة .فإذا كانت تحدد الخواص من اختبار الشد، فان مدى الانفعال الذي تقاس عليه هذه الخواص يكون محدوداً بالتخصر المطول فإذا كان منحنى الإجهاد، الانفعال هو $\sigma_f = K\varepsilon^n$، فإن أقصى انفعال عندئذ يكون محصوراً بـ $\varepsilon \cong n$. أما في حيز الانفعال، فان خطوط ε الثابتة تكون أهليليجية ذات محاور كبرى في اتجاه $\beta = -1$، كما تم بيانه في الشكل رقم (٣,٣٢) .ومن الواضح أنه بصورة خاصة في الشد الثنائي المحور، فان الانفعالات الحدية تحدث عند انفعال فعال ε أكبر بكثير من أقصى انفعال منتظم في الشد البسيط $\varepsilon_1 = \varepsilon_u \cong n$. وقد لا يوضح استنباط extrapolation بيانات الشد قابلية الاصلاد الانفعالي الفعلية للمادة في الانفعالات العالية.

وقد لوحظ أيضاً بصورة تجريبية أنه في بعض المواد، أن منحنى حد التشكيل يصبح أعلى في الصفائح التي تكون أكثر سماكة .ففي صفيحة الفولاذ المنخفض الكربون الملدن النموذجي، فان هذا التأثير يمكن أن يكون في غاية الأهمية .وقد يكون مصحوباً بالعيوب ذات الأحجام المتماثلة بصورة

مطلقة، ولكن عندما يعبر عنها على أنها نسبة من سماكة الصفيحة $(\delta t/t)_o$، فإنها تصبح أقل أهمية كلما ازدادت السماكة.



الشكل رقم (٣,٣٢). الانفعال المكافئ لأقصى حمل في اختبار الشد، (ε=n) بالمقارنة مع منحنى حد التشكيل.

في المناقشة الآنفة الذكر افترض أن العيوب كانت ذات طبيعة هندسية، ومع هذا، فانه بفحص المعادلات المستخدمة، يمكن ملاحظة أن نتائج مماثلة كان بالإمكان الحصول عليها لو كانت الصفيحة كاملة هندسياً منذ البداية ولكنها خاضعة للتغييرات في قوة المادة بحيث انه في الأخدود الأولي كانت خصائص المادة على النحو التالي :

$$\sigma_f = K_B (\varepsilon_o + \varepsilon)^n \qquad (٣,٣٥)$$

حيث كانت الخصائص في خارج الأخدود قد أعطيت بواسطة المعادلة (٣,٣١)

و :

$$K_B/K = f_o < 1 \qquad (٣,٣٦)$$

ولما كان موضوع انهيار الشد في الصفائح موضوعاً واسعاً، فقد تم تناول نواحٍ قليلة منه هنا .فالمشاكل المرتبطة بالكسر لم تتم دراستها بالتفصيل، ولا أساليب التشوه التي كانت بعيدة كل البعد عند التناسب الخالص. ومع هذا، فقد لوحظ أن انفعالات الانهيار المصحوبة بزيادة التخصر كانت معتمدة بصورة قوية على نسبة الانفعال في الأسلوب (β)، وخواص المادة مثل (m) و (n) وانفعالات الكسر، وكذلك على طبيعة العيوب الأولية في الصفيحة .والقليل هو المعروف عن طبيعة، وحجم وتوزيع هذه العيوب، ولكن الافتراض القائل إنها موجودة يتيح وجود تفسير منطقي لمنحنيات حد التشكيل كما يؤدي إلى فهم الكيفية التي تتأثر بها هذه المنحنيات بتلك الخواص للصفائح والتي يمكن قياسها .ففي أي نموذج، تكون الكميات المستخدمة لوصف العيوب اختيارية وهذا واضح بأنه غير مرض، ومع هذا فقد كان من المعتقد انه من بين كل العيوب الموجودة في المواد الحقيقية، فان تلك العيوب القليلة الكبيرة الحجم فقط في أقصى أطراف توزيع الأحجام هي التي تؤثر على الانهيار .وفي كثير من الحالات، يتم فصلها بواسطة تشويشات disturbances هامة بحيث إنه في أجزاء المعدن الصفحي الحقيقية، ينبغي بحث الانهيار بأسلوب احتمالي probabilistic الذي يعتبر التكرارية التي تتزامن وتتطابق بها العيوب الكبيرة المبعثرة على نطاق واسع مع المناطق الصغيرة للانفعال الكبير في الجزء المشوه .

لاحظ : الفرق بين n و ε_u في اختبار الشد (المعادلة رقم ٣،١٣) يعطي أقصى حمل في العيب بالمعادلة الآتية :

$$P_{max} = (A_o + \delta A_o)\, Kn^n \exp(-n) \qquad (١)$$

الانفعال في الجزء المنتظم من القضيب هو الانفعال المنتظم المقيس ε_u والذي يتم إيجاده بمساواة الحمل في المنطقة المنتظمة مع (١)، أي أن :

$$A_o K\varepsilon_u^n \exp(-\varepsilon_u) = (A_o + \delta A_o)\, Kn^n \exp(-n) \qquad (٢)$$

وبذلك فإن

$$(\varepsilon_u / n)^n \exp (n - \varepsilon_u) = 1 + (\delta A_o / A_o) \qquad (٣)$$

والتي يمكن أن تكتب على النحو التالي :

$$\{1 - [n - \varepsilon_u/n]\} \exp [(n - \varepsilon_u)/n] = (1 + \delta A_o / A_o)^{1/n} \qquad (٤)$$

وبما أن كلا من $(n - \varepsilon_u)$ و$(\delta A_o/A_o)$ قد تعتبر صغيرة بالنسبة للوحدة، فإننا قد نجري التقريب بحيث تؤول المعادلة (٤) إلى

$$\{1-[(n - \varepsilon_u)/n]\}\{1 + [(n - \varepsilon_u)/n]\} = 1 + \delta A_o/nA_o \qquad (٥)$$

وبالتالي

$$1 - \{(n - \varepsilon_u)/n\}^2 = 1 + \delta A_o/nA_o$$

لذلك فإن

$$n - \varepsilon_u = \pm [n(-\delta A_o/A_o)]^{1/2} \qquad (٦)$$

فإذا كانت (δA_o) كمية سالبة فان الحل يكون حقيقياً .

الحني

Bending

يمكن حني المعدن الصفيحي على طول خط مستقيم بواسطة عدد من الأساليب الفنية المختلفة؛ مثل تشكيل الدلفنة roll forming، والثني folding، واللف wiping، والحني bending في مكبح كبس باستخدام قالب على شكل حرف (V)، vee-die . فمعظم المواد يمكن حنيها إلى نصف قطر بالغ الصغر، كما أن بعض المواد المطيلية جداً يمكن إعادة ثنيها على نفسها حتى يصبح نصف قطر الحنية فيها صفراً. وفي الأساليب الصناعية، يحدث الانهيار أثناء الحني في الصفائح العالية المتانة والأقل مطيلية فقط؛ وتكون أكبر مشكلة هي التحكم في شكل الجزء المنحنى. وتتقرر الزاوية التي تنحني عليها الصفيحة في آلة التشكيل بواسطة القالب die والتضبيطات التي تعمل للأدوات والمعدات، ولكن كافة الأجزاء المنحنية ستبدي شيئاً من الارتداد الخلفي المرن springback عند إزالة الحمل، ويعتمد هذا على شكل القالب، والاحتكاك وقوة المادة.

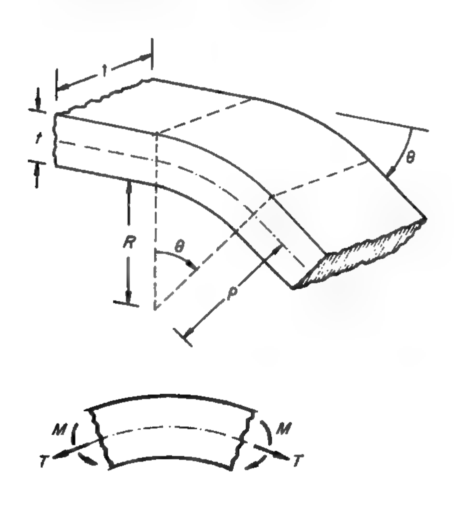
ويمكن حني الصفيحة بواسطة عزم مسلط، وذلك بالمط (الفرد) على هيكل أسطواني أو بواسطة الجمع بين العزم والشد. وفي هذا الفصل تمت مناقشة كل من الحني البسيط والحني تحت الشد واستخدمت النتائج لتوضيح بعض جوانب الأساليب التكنولوجية. وقد انحصرت الدراسات في الحنيات على الخط المستقيم التي يكون فيها سطح الحني جزءاً من أسطوانة. ويكون تشوه الصفيحة محصوراً في منطقة الحنية. ومن المفروض أن تكون الشفاه المستقيمة على كلا جانبي الحنية غير مشوهة. كذلك قد تحني

الصفيحة أيضاً على طول خطوط منحنية، ولكن ما لم يتم اختيار سطوح خاصة، فإن المادة على جانب واحد على الأقل من جوانب الحنية ستكون مشوهة أيضاً.

(١ , ٤) المتغيرات في حني صفيحة متواصلة

Variables in bending a continuous sheet

لدى تشكيل المعادن الصفيحية، يكون عادة الطول المقيس على طول الحنية كبيراً بالمقارنة مع سماكة الصفيحة، ومن أجل الملاءمة، فإن القوة والعزم يتم التعبير عنهما بدلالة القيم لكل وحدة طول كما هو مبين في الشكل رقم (١, ٤)، أي أن عزم الحني لكل وحدة عرض هو (M) ويكون سحب الشد tension traction (أو القوة المطبقة) لكل وحدة عرض على السطح الأوسط middle surface هو (T).

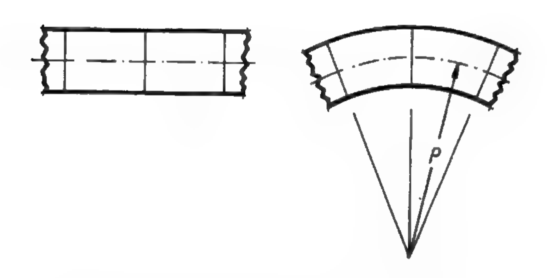


الشكل رقم (١ , ٤). المتغيرات في حني الصفائح.

(٢ , ٤) الشكل الهندسي للحني

Geometry of bending

في الصفائح الرقيقة، يفترض أن تبقى المستويات المقطعية العمودية مستوية أثنـاء الحني وتلتقي عند مركز الانحناء كما هو موضح في الشكل رقم (٢, ٤). وقد اعتبر أيضاً أن الاتجاهات الرئيسة للإجهاد والانفعال تتطابق مع الاتجاهات نصف القطرية والمحيطية بحيث لا يكـون هناك أي قص في المستوى نصف القطري وتكون تدرجات (أي ميول) gradientsالإجهاد والانفعال صفراً في الاتجاه المحيطي . غير أن السطح الأوسط قد يتمدد.



الشكل رقم (٢ ,٤) . المقاطع المستوية في الحني اللاّم (الملتقي في نقطة).

أما الألياف fibers البعيدة عن السطح الأوسط فإنها تتشوه كما هو موضح في الشكل رقم (٣, ٤) .فإذا أخذنا في الاعتبار الليفة (AB_o) ذات الطول الأولي (l_o) في الصفيحة المسطحة، فانه عندئذ، تحت التأثير المتزامن للحني والمط فقد تمددت هذه الليفة إلى الطول $l = \theta(\rho + y)$ حيث (ρ) هي نصف قطر انحناء السطح الأوسط . فإذا كان طول الليفة في السطح الأوسط في حالة التشوه $l_s = \theta\,\rho$ فإنه عندئذ يكون :

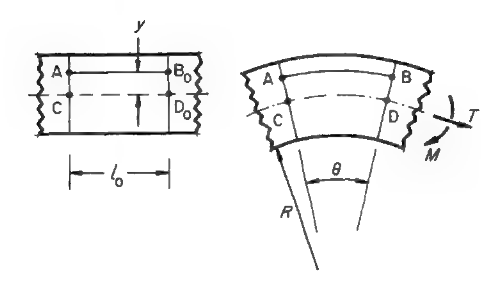
$$l = l_s (1 + y/\rho) \qquad (٤,١)$$

ويكون الانفعال المحوري لليفة (AB) هو :

$$\varepsilon_1 = \ln (l/l_o) = \ln \{(l_s/l_o) [1 + (y/\rho)]\}$$

أو :

$$\varepsilon_1 = \ln (l_s/l_o) + \ln [1 + (y/\rho)]$$



الشكل رقم (٣ ,٤) . تشوه الليفة (أو الخط) **AB** .

فإذا دللنا على الانفعال المصحوب بتمدد السطح الأوسط بـ (ε_a)، حيث :

$$\varepsilon_a = \ln (l_s/l_o) \qquad (٤,٢)$$

وعلى انفعال الحني بـ (ε_b)، حيث :

$$\varepsilon_b = \ln [1 + (y/\rho)] \qquad (٤,٣)$$

إذن :

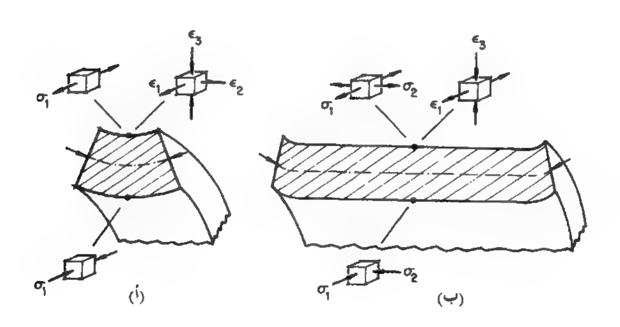
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_a + \varepsilon_b \qquad (٤,٤)$$

(٣ , ٤)حالة الإجهاد لدى الحني

Stress state on bending

إذا كان العرض (b) للشريحة التي حنيت ، صغيراً بالمقارنة مع السماكة (t)، كما هو مبين في الشكل رقم (٤,٤أ)، وكانت المستويات الجانبية خالية من التحميل ،

فإنه سوف لا تحدث أية إجهادات مستعرضة، وأن التشوه يمكن أن يحدث تحت تأثير شد أحادي المحور أو انضغاط حيث $\sigma_2 = \sigma_3 = o$ وهكذا فإن الانفعال المحوري (ε_1) يكون مصحوباً بانفعال مستعرض، $\varepsilon_2 = -½ \ \varepsilon_1$ ، الذي يجعل عرض الشريحة يقل في منطقة الشد ويزداد في منطقة الضغط .وكنتيجة لذلك، فإن الشكل المستطيل الأولي للمقطع يكون قد تشوه كما هو مبين في الشكل رقم (٤،٤أ) . فإذا كان عرض الشريحة كبيراً بما فيه الكفاية، فإن حالات الإجهاد الأحادية المحور يمكن أن تظهر فقط عند أطراف الشريحة، وهذا يتسبب في الانحناء المستعرض transverse curvature لهذه المناطق كما هو موضح في الشكل رقم (٤،٤ب). وفي المنطقة الوسطى، يكون الانحناء المستعرض صفراً ويحدث الحني تحت ظروف الانفعال المستوي ($\varepsilon_2 = o$). ويتبع ذلك، من قاعدة الانسياب، المعادلة (١،١٦)، أي أنه اذا كان الإجهاد نصف القطري كمية مهملة، فإن ($\varepsilon_3 = o$) ، أثناء التشوه اللدن والإجهاد المستعرض يكون $\sigma_2 = ½ \ \sigma_1$ ، وحالة الإجهاد تكون $\sigma_1 = (2/\sqrt{3})\sigma_f$ و $\sigma_2 = (1/\sqrt{3})\sigma_f$ حيث (σ_f) هو إجهاد الانسياب .



الشكل رقم (٤ ,٤) . حالات الإجهاد والانفعال أثناء الحني (أ) لشرائح ضيقة . (ب) لشرائح عريضة.

وفي هذا الفصل، فإن الحني الأسطواني للشرائح العريضة فقط، كما هو في الشكل رقم (١ ,٤)، هو الذي تم بحثه، كما أن من المناسب افتراض وجود ظروف الانفعال المستوي في كل مكان بحيث إن الانفعال المحوري (ε_1) يمكن أن يعطى بواسطة المعادلة (٤ , ٤) .وفي أثناء التشوه اللدن للمادة التي تمثل علاقة الإجهاد، والانفعال، $\sigma_f = f(\varepsilon)$فإن الانفعال المحيطي والإجهاد تكون :

$$\varepsilon_1 = (\sqrt{3}/2)\varepsilon \text{ و } \sigma_1 = (2/\sqrt{3})\,\sigma_f \quad (٤ ,٥)$$

حيث (ε) هي الانفعال التمثيلي .

أما شغل التشوه اللدن (W) في حجم صغير (Δv) أثناء حني الانفعال المستوي فهو :

$$W/\Delta v = \int \sigma_1\, d\varepsilon_1 = \int \sigma\, d\varepsilon \quad (٤ ,٦)$$

فإذا اتخذ منحنى الإجهاد والانفعال العام لمادة، الشكل $\sigma_f = K\varepsilon^n$، فإنه أثناء الحني اللدن يكون الإجهاد المحوري والانفعال مرتبطين بواسطة المعادلة :

$$\sigma_1 = K'\varepsilon_1^{\,n} \quad (٤ ,٧)$$

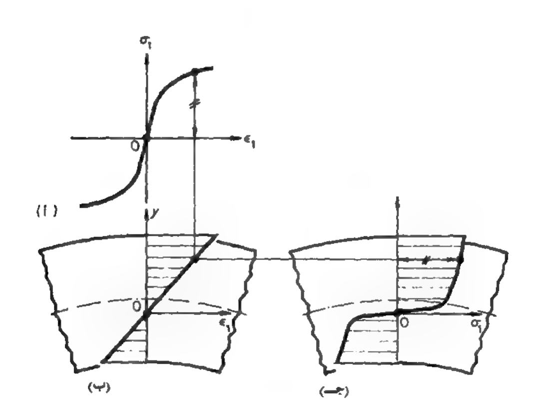
حيث :

$$K' = K(2/\sqrt{3})^{1+n} \quad (٤ ,٨)$$

(٤ , ٤) توزيعات الإجهاد Stress distributions

يجب أن نتذكر أن المعادلات الآنفة الذكر التي تربط الإجهاد بالانفعال الإجمالي تطبق فقط إذا تشوه العنصر بصورة رتيبة في أسلوب متناسب خالص .وفي أساليب الحني قد لا يكون هذا الفرض صحيحاً، وخاصة في انحناءات إنصاف الأقطار الصغيرة. أو عندما يطبق العزم والشد المحوري بصورة تتابعية. وعلى أي حال فإنه إذا كانت الافتراضات صحيحة، وهذا يعني أن مركبات الانفعال الإجمالي متناسبة مع مركبات معدل - الانفعال الحالي، فإن توزيع الإجهاد- عندئذ يمكن أن يتقرر بموجب البنية

الموضحة في الشكل رقم (٥, ٤) . وعلاقة الانفعال المستوي والإجهاد - والانفعال للتشوه المرن اللدن تم بيانها في الشكل رقم (٥, ٤ أ)، وقد تم رسم توزيع الانفعال من المعادلة (٣, ٤) بمقياس مماثل، كما في الشكل رقم (٥, ٤ب)، ويتم الحصول على توزيع الإجهاد، كما هو مبين في الشكل رقم (٥, ٤جـ)، وينبغي أن يلاحظ بصورة عامة، السطح المحايد neutral surface الذي يوجد فيه انفعال ذو قيمة تساوي صفراً يمر عبر النقطة (O) ، وليس عبر السطح الأوسط.



الشكل رقم (٥, ٤) . البناء البياني لتوزيع الإجهاد في الحني.

(٥, ٤) شروط التوازن
Equilibrium conditions

في أي مقطع، نجد أن توزيع الإجهاد المبين في الشكل رقم (٥, ٤جـ) يكون في حالة توازن مع الشد (T) المطبق على السطح الأوسط والعزم (M) أما بالنسبة لوحدة العرض، فإن شروط الاتزان تكون على النحو التالي :

يكون الشد المحوري هو:

$$T = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_1 \, dy \quad (٤ ,٩)$$

ويكون العزم المطبق لكل وحدة عرض هو :

$$M = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_1 \, y dy \quad (٤ ,١٠)$$

والضغط المؤثر على السطح الداخلي هو :

$$p = T/R \quad (٤ ,١١)$$

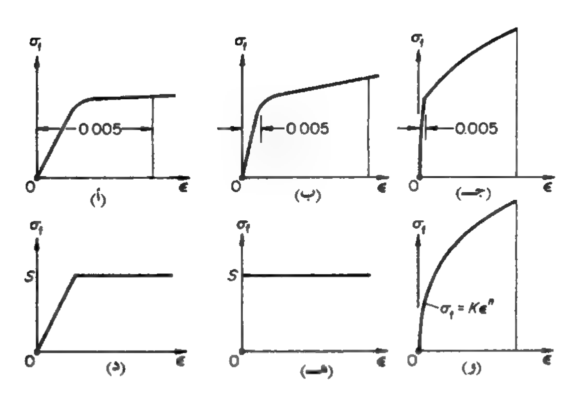
(٦, ٤) اختيار نموذج المادة

Choice of the material model

يتم عادة الحصول على الخواص الميكانيكية للمادة بواسطة إجراء اختبار مثل اختبار الشد الذي يتقرر منه منحنى تجريبي للإجهاد (σ_f) مقابل الانفعال (ε) وفي حسابات الحني، قد يقرب هذا بواسطة نوع من الدّوال الرياضية التحليلية $\sigma_f = f(\varepsilon)$. وتعتمد الدالة المستخدمة على مدى الانفعال كما يمكن ملاحظته من الشكل رقم (٦ ,٤) .وتبين كافة الرسومات البيانية العلوية نفس العلاقة التجريبية للإجهاد (σ_f) مقابل الانفعال (ε)، ولكنها رسمت لمقاييس رسم مختلفة للانفعال .فإذا كان مدى الانفعال صغيراً، $o< \varepsilon< 0.005$ ، كما هو في الشكل رقم (٦ ,٤ب)، فإن التشوه المرن ينبغي أخذه في الحسبان بينما الإجهاد (σ)، في الجزء اللدن للمنحنى يمكن اعتباره ثابتاً، الشكل رقم (٦ ,٤د) .أما في الحني الأكثر شدة والذي يكون فيه مدى الانفعال $o< \varepsilon< 0.05$، كما هو في الشكل رقم (٦ ,٤ب)، فإن التشوه المرن قد يهمل، ويفترض وجود نموذج لدائني مثالي صلد rigid, perfectly plastic model (p). أما بالنسبة لانفعالات الحني الاكبر، فإن الإصلاد الانفعالي قد يحتاج إلى أن يؤخذ في الحسبان وتكون العلاقة التجريبية في الشكل رقم (٦ ,٤جـ)، قد قربت إلى قانون تجريبي مثل :

$$\sigma_f = K\varepsilon^n$$

كما هو في الشكل رقم (٦ ,٤و).



الشكل رقم (٤, ٦) . نماذج المواد.

ويمكن الحصول على الإجهاد (σ_1) والانفعـال (ε_1) من (σ_f) و(ε) باستخدام المعادلة (٤, ٥).

(٤,٧) الحني بدون شد
Bending without tension

في الحني البسيط ودون تطبيق شد وحيث يكون نصف قطر المنحني أكبر بعدة مرات من سماكة الصفيحة، فإن السطح المحايد يتطابق بصورة تقريبية مع السطح الأوسط بحيث إن الانفعال المحوري في المعادلة (٤,٤) قد يقرب إلى:

$$\varepsilon_1 = y/\rho \qquad (٤,١٢)$$

حيث $\varepsilon_a = o$ و $\ln [1 + (y/\rho)] \cong y/\rho.$ ولـدى تحليل هـذه الحالـة، فمن المفيد استخدام قانون المادة، المعادلة رقم (٤,٧)، بحيث إن الإجهاد المحوري يكون قد أعطي بـ:

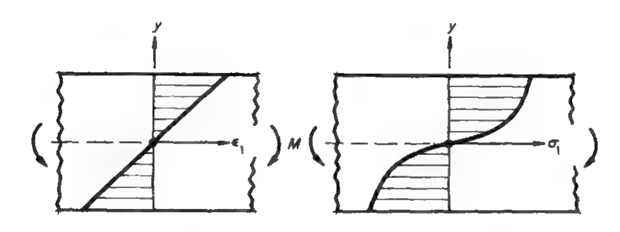
$$\sigma_1 = K'(y/\rho)^n \qquad (٤,١٣)$$

وتكون توزيعات الإجهاد والانفعال كما تم توضيحهما في الشكل رقم (٤,٧) وبتعويض المعادلة (٤,١٣) في معادلة التوازن (٤,١٠)نحصل على :

$$M = \int_{-t/2}^{+t/2} K' (y/\rho)^n \, y dy$$

$$= K' (1/\rho^n) [(y^{n+2}) / (n + 2)] \Big|_{-t/2}^{+t/2}$$

$$= K' (1/\rho^n) \{(t^{n+2})/[(n+2)2^{n+1}]\} \quad (٤,١٤)$$



الشكل رقم (٤, ٧) . توزيعات الانفعال والإجهاد لمادة تمثل العلاقة $\sigma_1 = K'\varepsilon_1{}^n$.

ونلاحظ أن التفسير الفيزيائي الصحيح للمعادلة (٤,١٣) هو أنه عندما تكون (y) سالبة ، فإن (σ_1) تكون سالبة أيضاً (أي ضغط) . فإذا كتبنا :

$$I_n = [t^2/2 (n + 2)] (t/2)^n$$

عندئذ ، بدمج المعادلات (٤, ١٣) و (٤, ١٤)، فإننا نحصل على :

$$M/I_n = \sigma/y^n = K'/\rho^n \quad (٤,١٥)$$

والتي تمثل شكلاً أعم لمجموعة المعادلات المألوفة للحني.

وهناك شكل بديل للمعادلة (٤, ١٥)قد يكون مفيداً هو :

$$M/[t^2/2 (n + 2)] = \sigma/(2y/t)^n = K'/(2\rho/t)^n \quad (٤, ١٥أ)$$

حيث $(n + 2)\ t^2/2$ هو معامل يعتمد على المادة لقطاع مستطيل، ويكـــون المقدار($2y/t$) هو المسافة غير البعدية non-dimensional distance من السطح الأوسط، و($2t/\rho$) انحناء غير بعدي ذا أهمية في الحني.

ويمكن استخدام المعادلة (١٥، ٤) لتوضيح علاقات الحني لعدة حالات من سلوك المادة. وفي الحني المرن للشريحة العريضة، يحدث الانفعال المستوي الذي يكون فيه :

$$\sigma_1 = E`\ (y/\rho) \qquad (٤,١٦)$$

حيث $E' = E/(1 - \mu^2)$ و E هو معامل يونج Young`s modulus و($\mu$) هي نسبة بواسون Poisson`s ratio. وبالقيام بالتعويضات :

$$E' = K' \quad و \quad n = 1$$

في المعادلة (١٥، ٤) فإننا نحصل على :

$$M/(t^3/12) = \sigma_1/y = E`/\rho \qquad (٤,١٧)$$

فإذا كانت المادة تخضع عند إجهاد خضوع في انفعال مستوي يساوي S_o، حيث :

$$S_o = (2/\sqrt{3})\sigma_f \qquad (٤,١٨)$$

فإن الحالة المحددة للحني المرن تكون عندما تصل الليفة الخارجية عند $y = t/2$ إجهاد الخضوع، ومن المعادلـة (١٨، ٤)، فإن هذا يحدث عند عزم مرن حدّي هو :

$$M_e = S_o t^2/6 \qquad (٤,١٩أ)$$

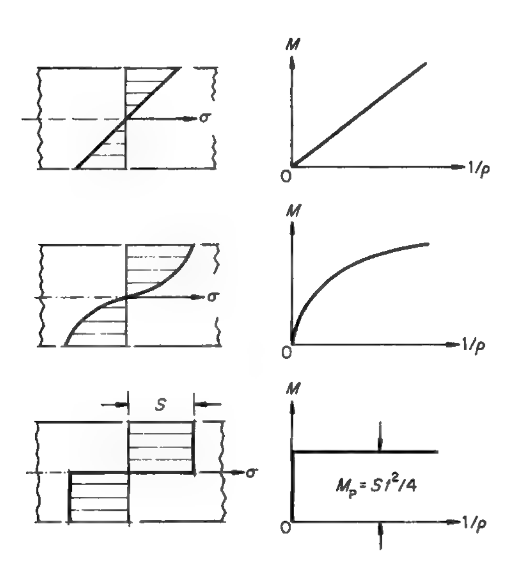
و :

$$\rho_e = E`t\ /\ 2S_o \qquad (٤,١٩ب)$$

ويمكن الحصول على حالة للسلوك اللدن المثالي الصلب عن طريق وضع $n = o$ في المعادلة (١٣، ٤) و $K' = S$، إجهاد خضوع الانفعال المستوي الثابت. وبتأويل العلاقة بحيث أن $\sigma_1 = S$ على جانب الشد، و $\sigma_1 = -S$ على جانب الضغط للشريحة، فإننا نحصل من المعادلة (١٥، ٤) على العزم اللدائني الكامل وهو :

$$M_p = St^2/4 \quad (٤,٢٠)$$

وقد تم توضيح الرسوم البيانية لتوزيع الانفعال، ولمنحنى العزم لكل من هذه الحالات الثلاث في الشكل رقم (٨, ٤).



الشكل رقم (٨ ,٤) . توزيع الإجهاد وعلاقة الانحناء والعزم للحني المرن، لمادة تتصلد بالانفعال ولمــــادة جاسئة مثالية اللدونة.

(٨, ٤)الحني المرن واللدائني المثالي

Elastic, perfectly plastic bending

في العديد من عمليات حني الصفائح، نجد أن أنسب نموذج للمادة هو ذلك المبين في الشكل رقم (٦, ٤ د). فالمادة تطيع قانوناً خطياً حتى إجهاد خضوع أولي

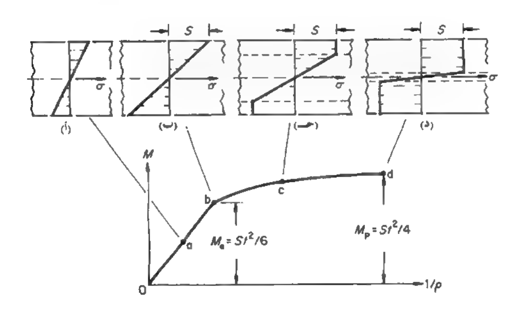
($S_o = S$). وفي التشوه الناتج التالي يكون الإصلاد بالانفعال ليس هاماً جداً . وهكذا فإنه يوجد هناك نظامان من السلوك يكون فيهما :

$$\sigma_1 = E'\varepsilon_1 \quad ، o < \varepsilon_1 < S/E'$$

و :

$$\sigma_1 = S \quad ، \varepsilon_1 > S/E'$$

وكما تم توضيحه في البند السابق ، فإن للشريحة علاقة خطية تربط العزم المرن - مع الانحناء ($1/\rho$) تصل إلى العزم المرن الحدّي ($M_e = St^2/6$) . أما وراء هذا ، فإن مناطق اللدونة تتحرك من الأسطح الخارجية كما هو مبين في الشكل رقم (٤،٩)إلى أن يكون الحني تقريباً في حالة لدائنية كاملة ويكون العزم قد ارتفع إلى ($M_P = St^2/4$) . وبالمزيد من الحني ، فإن العزم سيزداد قليلاً إذا أبدت المادة إصلاداً انفعالياً.



الشكل رقم (٩ ,٤) . توزيع الإجهاد (د) وعلاقة الانحناء والعزم للحني المرن اللدن.

ويكون معامل المرونة (E') في العديد من المواد بصورة تقريبية ألف مرة ضعف إجهاد الخضوع (S_o)، بحيث انه من المعادلة (٤ , ١٨) حيث ($\sigma_1 = S_o$) و ($y = t/2$)، فإن نسبة الحني bend ratio عند حد المرونة تكون :

$$(\rho/t)_e = E'/2\, S_o = 500$$

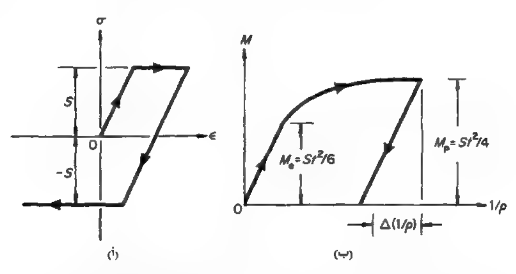
أي أن الأليـاف الخارجية تصل إلى إجهاد الخضـوع عندمـا يكون نصف قطـر الانحناء نحو ٥٠٠ مرة ضعف سماكة الصفيحة .أما في تشكيل الصفـائح، فإن نصـف قطر الانحناء يكون بصورة نموذجية بين ٢ و ٢٠ مـرة ضعـف سماكـة الصفيحة ويكـون الحني، كما تم بيانة، في نهاية الأمر لدنا بصورة تامة.

(٩ ,٤) إزالة الحمل لصفيحة مرنة لدنة مثالية :الإجهاد المتبقي والارتداد الخلفي المرن

Unloading an elastic, perfectly plastic sheet: residual stress and springback

إذا كـانت الصفيحة قـد حنيت إلى نسـبة حنـي متدنية بحيث كـادت تكـون لدنـة تماماً، وتمت إزالة العزم المطبق، فإن عدة ظواهر هامـة تحدث .وبإمكاننـا افـتراض انـه عند إزالة الحمل، نجد أن عنصر المـادة سيتبع مسـار الإجهـاد - والانفعـال الموضـح في الشكل رقم (١٠, ٤أ) حيث يمكـن أن يحدث تغيير في الإجهـاد بصورة مرنـة مسـاوياً (2S) ولذلك فإن الصفيحة تزيل الحمل بصورة مرنـة بحيث يكـون هنـاك بعـض التغيير السالب $\Delta(1/\rho)$، في الانحناء كما هو موضح في الشكل رقم (١٠, ٤ب) والتغيير المرن في عزم الحني، فإن المعادلة (١٧, ٤) يمكن أن تكتب في شكل مختلف، أي أن :

$$\Delta M / (t^3/12) = (\Delta\sigma_1)_{max} / (t/2) = E'\Delta (1/\rho) \qquad (٤ ,٢١)$$



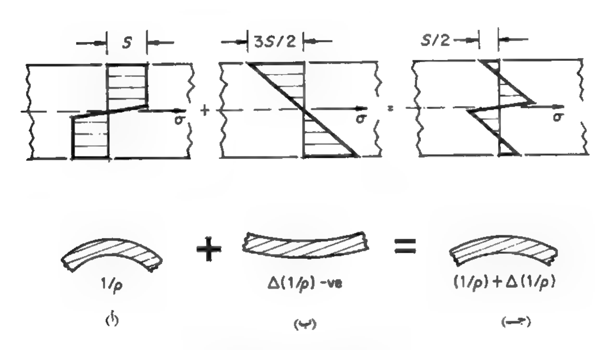
الشكل رقم (٤,١٠). علاقة الانفعال (أ) لمادة مرنة وعلاقة الانحناء والعزم.

(ب) يبين مسارات إزالة التحميل.

ومن الحالة الموضحة في الشكل رقـم (١٠, ٤ب) حيـث $\Delta M = - St_2/4$، فإننـا نحصل على :

$$(\Delta\sigma_1)_{max} = - 3S/2 \; ; \; \Delta(1/\rho) = - 3S/E't$$

وبما أن $|(\Delta\sigma_1)_{max}| < 2S$ ، فإن أسلوب إزالة التحميل يكـون مرنـاً بصـورة كاملـة كما تم افتراضه، حيث يمكن أن يمثل بواسطة توزيعات الإجـهـاد والانحناءات المصاحبـة كما هو مبين في الشكل رقم (١١, ٤).

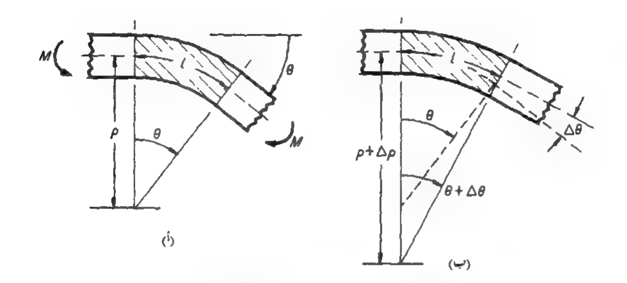


الشكل رقم (١١, ٤) . توزيعات الإجهاد والانحناء أثناء (أ) التحميل.
(ب) إزالة التحميل، و (جـ) الحالة النهائية.

إن توزيع الإجهاد المبين في الشـكل رقـم (١١, ٤جـ) قـد وضـع بصـورة مثالية. لأنه في الممارسة العملية، يوجد هناك بعـض التقريـب في علاقـة الإجهاد- والانفعـال عند الخضوع، وبالإضافة إلى ذلك، فانه في بعض المواد نجد أن الإجهادات المتخلفة قـد ترتخي relax بصورة طفيفة .أما التغيـير في الانحنـاء $\Delta(I/\rho)$، الـذي يحدث في حالـة إزالـة التحميل، أي الارتداد الخلفي springback فيكون هاماً كما أنه يكـون ٥ر١ مرة ضعـف الانحناء المرن لدى بداية التشوه اللدائني .وفي الشكل رقم (١٢, ٤)، فقد حنيـت شريحة

تحت حمل إلى زاوية (θ) ولدى القيام بإزالة التحميل، فيكون هناك تغيير في الانحناء $\Delta(1/\rho)$ كما بين ذلك آنفاً، كما أن زاوية الحني تتغير بكمية سالبة $(\Delta\theta)$، فإذا كان طول قوس الحنية (l)، فإنه عندئذ يكون :

$$l = \theta\rho = \theta/(1/\rho) \quad (٤,٢٢)$$



الشكل رقم (٤, ١٢) . تشكل انحناء القوس l تحت تأثير عزم (M) (ب) نفس الانحناء بعد إزالة عزم التحميل، يبين التغير في زاوية الحني $(\Delta\theta)$ وفي نصف قطر الانحناء.

وفي أثناء إزالة التحميل سيبقى طول القوس ثابتاً، ولذلك فإنه بتفاضل المعادلة (٤, ٢٢)، وباستخدام المعادلة (٤, ٢١)، فإننا نحصل على :

$$\Delta\theta/\theta - \Delta(1/\rho)/(1/\rho) = 0 \quad (٤,٢٣)$$

أو :

$$\Delta\theta = [\Delta(1/\rho)/(1/\rho)]\,\theta \approx -1/(1/\rho)(3S/E't)\theta \quad (٤,٢٤)$$

عندما تكون $(\Delta\theta << \theta)$. والمعادلة (٤,٢٤) هي علاقة هامة من ناحية أنها تبين علاقة الارتداد الخلفي بالأسلوب ومتغيرات المادة. ويمكن أن تعاد كتابتها على النحو التالي:

$$\Delta\theta = -3(\rho/t)(S/E')\theta \quad (٤ ,٢٥)$$

وقد استنبطت هذه المعادلة باستخدام عدد من الافتراضات المبسطة ويمكن الحصول على علاقات أكثر دقة.* ويكون التبسيط مقبولاً عندما تكون نسبة الانحناء (ρ/t) أقل بكثير جداً من نسبة المرونة الحدية . وتبين بأن زاوية الارتداد الخلفي ($\Delta\theta$) تعتمد على نسبة الحني (ρ/t) كما أنه بالنسبة للحنيات الأشد أحكاماً، فإن الارتدادات الخلفية تكون أقل. فهي تعتمد عكسياً على معامل المرونة (E')؛ وهذا ثابت بصورة معقولة بالنسبة لأية مادة معطاة، ومع ذلك فإن الارتداد الخلفي يكون متناسباً مباشرة مع إجهاد الخضوع (S)، والذي سيختلف بصورة كبيرة من كمية إلى كمية من المادة من أي نوع أو درجة معينة .كذلك فإن الارتداد الخلفي متناسباً مع زاوية الحني . فبالنسبة للصفائح العالية المقاومة، تكون النسبة (S/E')، أكبر من النسبة 1/1000، التي أشير إليها آنفاً ولذلك فإن الارتداد الخلفي يصبح اعتباراً صناعياً بالغ الأهمية .

(٤ , ١٠) الحني تحت تأثير الشد
Bending under tension

غالباً ما يحدث أن تتشوه الصفيحة بتأثير كل من عزم الحني الشد. ويمكن بيان أنه في منطقة التحول من المرونة إلى اللدونة، يكون الشد وعزم الحني لانحناء ما مترابطان بصورة فريدة، ونحن نعتبر في هذا البند أن الحني سيطبق أولاً حتى يحدث انحناء معتدل أقل من الانحناء المرن الحدي ثم يزاد الشد إلى أن تتشوه الصفيحة بأكملها بصورة لدائنية.

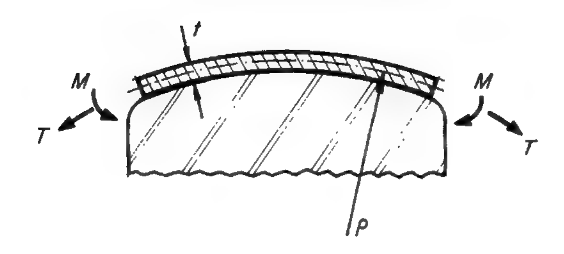
أما الصفيحة التي تطيع فيها المادة قانوناً مرناً لدائنياً مثالياً كما هو موضح في الشكل رقم (٦, ٤ب) فقد تم حنيها إلى نصف قطر (ρ) على سطح قالب كما هو مبين في الشكل رقم (١٣, ٤). ويكون الشد (T) بصورة أولية صفراً والانحناء أقل من الانحناء المرن الحدي؛ ويكون العزم المطبق، من المعادلة (١٧, ٤) هو :

---

* هناك شكل أكثر دقة من المعادلة رقم (٤,٢٥) هو $\Delta\theta = -3(\rho/t)(S/E')(\theta + \Delta\theta)$.

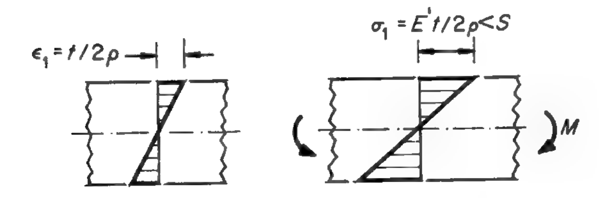


$$M_p = E' t^3 / 12\rho \qquad (٤ ,٢٦)$$



الشكل رقم (١٣ ,٤) . حني صفيحة إلى نصف قطر بواسطة عزم وشد مشتركين.

وقد تم توضيح انفعالات وإجهادات الحني في الشكل رقم (١٤, ٤).



الشكل رقم (١٤ ,٤) . توزيعات الانفعال والإجهاد عندما يكون الشد صفراً.

ويما أن الشد (T) قد ازداد ، فإن الشريحة ستبقى في حالة مرنة إلى أن تكون الليفة الخارجية قد وصلت لتوها إلى إجهاد مساو لإجهاد الخضوع الأولي ($S_o = S$) وقد تم توضيح توزيع الإجهاد في هذه الحالة في الشكل رقم (١٥, ٤)ويكون هذا

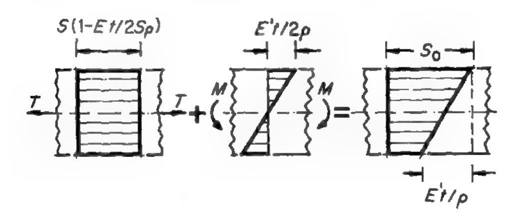
التوزيع في حالة توازن مع الشد (T) والعزم (M)، ومن المعادلتين (٩, ٤) و (١٠, ٤) يكون :

$$T = t\,\{S(1-E't/S2\rho)\} = T_y\,\{1 - \rho_e/\rho\} \qquad (٤\ ,٢٧)$$

ويبقى عزم الحني ثابتاً، أي أن :

$$M = E't^3/12\rho = M_e\,\rho_e/\rho \qquad (٤\ ,٢٨)$$

وفي هذه المعادلات يكون ($T_y = St$) هو الشد المطلوب لخضوع الصفيحة في غياب الحني، كما أن $\rho_e = E't/2S$ هو أصغر نصف قطر انحناء يمكن فيه للصفيحة أن تنحني دون شد بينما ما تزال مرنة :ويكون (M_e) عزم المرونة الحدي دون شد كما أعطي في المعادلة (١٩, ٤).



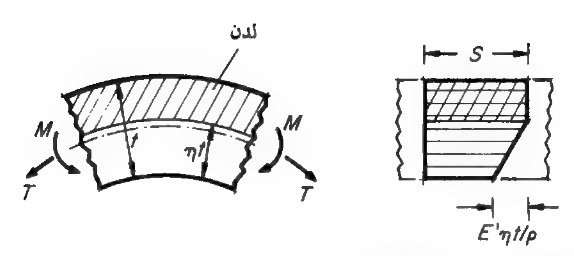
الشكل رقم (١٥ ,٤) . توزيعات الإجهاد عند حد السلوك المرن تحت تأثير الحني والشد.

وكلما زاد الشد، فإن منطقة اللدونة ستمتد من السطح الخارجي نحو الداخل، وفي لحظة ما تكون المنطقة المرنة هي كسر (η) من سماكة الصفيحة كما هو موضح في الشكل رقم (١٦ ,٤) وبالتطبيق ثانية لمعادلات التوازن يمكن بيان أن :

$$T = T_y\,\{1 - \eta^2\,(\rho_e/\rho)\} \qquad (٤,\ ٢٩)$$

و :

$$M = M_e\,\eta^2\,(3 - 2\eta) \qquad (٤,\ ٣٠)$$



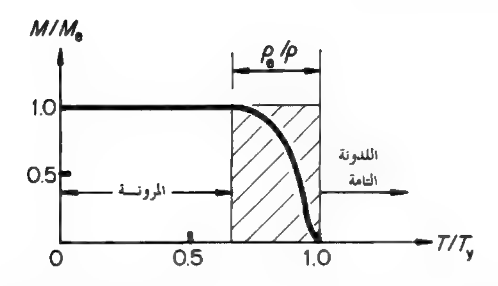
الشكل رقم (٤، ١٦) . المنطقة اللدنة بعمق $(1 - \eta)t$ تمتد من الليفة الخارجية في الحني تحت تأثير الشـد وتوزيع الإجهاد المصاحب.

وتكون هذه العلاقات صحيحة فقط للانحناءات التي هي أقل من حد المرونة $(1/\rho_e)$ وحيث يكون مسار التحميل رتيباً ؛ وقد رسمت في الرسم البياني اللابعدي (M/M_e) مقابل (T/T_y) كما هو مبين في الشكل رقم (٤،١٧) وقد رأينا أنه إذا كان انحناء قطعة التشكيل $(1/\rho)$ ، في الشكل رقم (٤،١٣) صغيراً بالمقارنة مع انحناء المرونة الحدي $(1/\rho_e)$ ، عندئذ تبدأ الصفيحة أن تصبح لدنة ، ويتناقص عزم الحني بسرعة فائقة ويصبح صفراً عندما تكون الصفيحة لدنة تماماً . ولا يكون عزم الحني في الصفيحة الرقيقة عادة كبيراً ولذلك فإن هذا الانخفاض في العزم ليس هاماً بحد ذاته ، ومع هذا فإنه ، من المعادلة (٤، ٢٠)، نجد أن التغيير في الانحناء في حالة إزالة التحميل يكون على النحو التالي :

$$\Delta (1/\rho) = \Delta M /(E't^3/12) \qquad (٤، ٣١)$$

حيث $(\Delta M = -M)$. وهكذا فإذا فردت الصفيحة وهي في تلامس مع القالب إلى أن تصبح لدنة تماماً ، فإنه عند إزالة التحميل لا يكون هناك من الناحية النظرية أي ارتداد مرن خلفي ، وستتخذ الصفيحة بالضبط انحناء القالب وتقوسه . وقد استخدم

هذا المبدأ في عدد من الأسـاليب التكنولوجية مـن أجل الحصـول على انحناء معتدل، ولكنه ثابت في الصفيحة المعدنية.



الشكل رقم (٤,١٧) . العلاقة بين عزم الحني (M) والشد (T) في المنطقة المرنة، والمرنة اللدنة واللدنـــة بصورة تامة.

(٤,١١) الحني والتقويم بتأثير الشد :نموذج جاسئ لدائني مثالي

Bending and unbending under tension: a rigid, perfectly plastic model

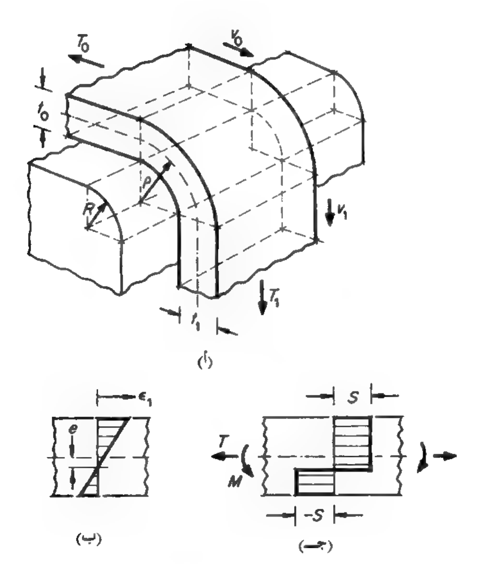
هنـاك العديـد مـن الأمثلة في تشكيل المعادن الصفحية الـتي يتـم فيـها سـحب الصفيحة على نصف قطر كما هو في الشكل رقم (٤,١٨) وقد تناولنـا بـالبحث وحـدة عرض من صفيحة بسماكة (t_0) تتحرك إلى داخل المنطقة بسرعة اتجاهية (v_0) وقد طبق شد خلفي $T_0 = \sigma_0 t_0$، وتم سحب الصفيحة على نصف قطر بواسطة الشد $T_1 = \sigma_1 t_1$، بسرعة مقدارها (v_1) وفي معظم الحالات العملية، يكون إجهاد الخروج (σ_1) أقل من إجهاد خضوع الانفعال المستوي (S)، بحيث يكون التشوه اللـدن محصـوراً في منطقتين، إحداهما حيث تأخذ الصفيحة انحناء سطح متوسطاً ($1/\rho$) في "منطقة الحـني" والأخرى في "منطقة التقويم" (الاستقامة) حيث يتم تقويمها وجعلها مستقيمة .ويتكـون توزيع الانفعال في منطقة الحـني، كمـا تم توضيحه في الفقـرة (٤,٢)، مـن الاستطالة

المنتظمة (ε_a) مضافاً إليه انفعال حني $\varepsilon_b = y/\rho$، وقد تم توضيح الانفعال الإجمالي في الشكل رقم (١٨ , ٤ب) ويكون المحور المحايد neutral axis على مسافة ما (e) تحت السطح الأوسط .وبما أن $\varepsilon_1 = \varepsilon_a + \varepsilon_b = o$ عند $y = -e$، فإننا نحصل على :

$$\varepsilon_a = e/\rho \tag{٤, ٣٢}$$

ويكون توزيع الانفعال :

$$\varepsilon = (e + y)/\rho \tag{٤, ٣٣}$$



الشكل رقم (١٨ ,٤) . الحني والتقويم على نصف قطر (ρ) تحت تأثير شد السحب (T_1) والشد الخلفي (T_0) .

أما بالنسبة لسلوك المواد الجاسئة اللدائنية المثالية، فإن توزيع الإجهاد المصحوب بتوزيع الانفعال المعطى قد تم توضيحه في الشكل رقـم (١٨ , ٤ جـ). وتكـون حالـة التوازن للقوة هي :

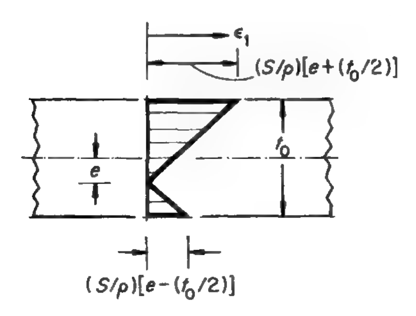
$$T_o = \sigma_o t_o = S[(t_o/2) + e] - S[(t_o/2) - e]$$

وإذا أعطي :

$$e = (t_o/2)(T_o/T_y) \qquad (٤, ٣٤)$$

حيث $T_y = St$، هو شد خضـوع الانفعـال المسـتوي .وأثناء التشوه اللدائني في منطقة الحني، يكون الشـغل المبـذول لكـل وحـدة حجـم هـو حـاصل ضـرب الإجهاد وإجمالي الانفعال (ε_1) وعلى السـطح الخارجي، يكــون الانفعـــال، من المعادلـة (٣٣, ٤)، هو، $[e + (t_o/2)]/\rho$، وعلى السطح الداخلـي $[e - (t_o/2)]/\rho$ ويلاحظ أن الإجهاد في منطقة الضغط $-t/2 < y < e$ هو $-S$، وتوزيـع الشـغل اللدائـني لكـل وحـدة حجم على المقطع في منطقة الحني هـو ذلـك المبـين في الشـكل رقـم (١٩ , ٤)، ومعـدل الشغل المبذول لكل وحدة حجم هو :

$$(S/\rho)\{[e + (t_o/2)]^2 + [e - (t_o/2)]^2\}/2t_o$$



الشكل رقم (١٩ , ٤) . توزيع الشغل اللدائني المبذول لكل وحدة حجم في حني الشريحة.

وفي أسلوب حالة الثبات ، فإن الحجم الذي يمر عبر منطقة الحني في الوحدة الزمنية هو ($v_o t_o$)، وبضرب معدل الشغل المبذول لكل وحدة حجم بـ ($v_o\ t_o$)، وبدمج المعادلة (٤,٣٤) بما ذكر آنفاً ، فإننا نحصل على معدل بذل الشغل اللدائني في منطقة الحني وهو :

$$W_{Pl} = S\, v_o\, t_o^{\,2}\, [1 + (T_o/T_y)^2]\, /4\rho \qquad (٤\ ,٣٥)$$

وبسبب الاحتكاك ، فإن الشغل المتبدد قد يكون أكبر من الشغل اللدائني للتشويه (W_{Pl}) ويمكن تعريف معامل الكفاية (η)، حيث يكون المعدل الحقيقي لبذل الشغل هو :

$$W = (W_{Pl})/\eta$$

ومن أجل تزويد هذا الشغل ، من الضروري أن يزداد الشد بمقدار (ΔT_o) عندما تمر الصفيحة عبر منطقة الحني ، وهذا يولد معدلاً خارجياً صافياً من بذل شغل مقداره $W=\Delta T_o v_o$ وبالضم مع المعادلة رقم (٤,٣٥) فإننا نحصل على :

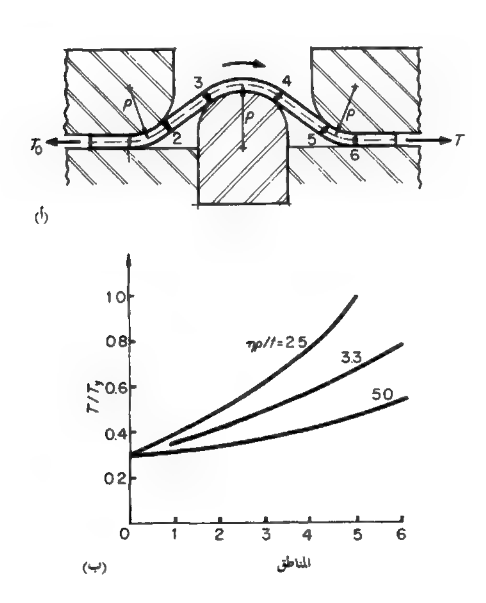
$$\Delta T_o = \frac{T_y t_o}{4\eta\rho}\left\{1+\left(\frac{T_o}{T_y}\right)^2\right\} \qquad (٤\ ,٣٦)$$

وستكون في منطقة التقويم أيضاً زيادة في الشد معطاة بواسطة المعادلة :

$$\Delta T_1 = \frac{T_y t_1}{4\eta\rho}\left\{1+\left(\frac{T_o+\Delta T_o}{T_y}\right)^2\right\} \qquad (٤\ ,٣٧)$$

وهناك طريقة عامة لتوليد الشد في قوالب تشكيل الصفائح تكون بواسطة سحب الصفيحة عبر إطار سحب drawbead كما هو مبين في الشكل رقم (٤,٢٠أ). فإذا تطابقت الصفيحة تماماً مع السطوح كما تم بيانه فستكون هناك ست مناطق حني أو تقويم وسيكون لكل واحدة منها زيادة في الشد كما هو موضح في الشكل رقم (٤,٢٠ب). ويعتمد معدل الزيادة على حاصل ضرب نسب الحني والكفاية($\eta\rho/t$) ؛

فكلما صغرت (ρ/t و η)، كلما عظمت الزيادة .وأحد ملامح هذه الأداة هو أن الزيادة في الشد تعتمد على شد الخضوع (T_y) للصفيحة، ومن ثم على قوة الخضوع (S)؛ وهذا أمر مرغوب فيه في التشكيل، لأن شداً أكبر يكون مطلوباً لتشكيل صفيحة أقوى. فإذا تم تزويد الكبح بواسطة نظام احتكاك بسيط، فإن هذا التعويض الأوتوماتيكي لقوة الصفيحة سوف لا يتم تحقيقه.



الشكل رقم (٤، ٢٠). (أ) سحب صفيحة عبر إطار سحب
(ب) زيادة الشد في كل منطقة.

وسيكون في منطقة الحني أو التقويم انخفاض في السماكة ناجم عن مركبة الاستطالة المنتظمة (ε_a) ولأن هذا يحدث في الانفعال المستوي، فإن التغير في السماكة Δt يعطى بواسطة ($\Delta t/t \approx -\varepsilon_a$) وباستخدام المعادلتين (٣٢, ٤) و (٣٤, ٤) فإن هذا قد يعبر عنه على النحو التالي :

$$\Delta t/t = -(t/2\rho)(T/T_y) \quad (٤, ٣٨)$$

أما في الحنيات ذات أنصاف الأقطار الصغيرة حيث (ρ) تكون أربعة أو ثمانية أضعاف سماكة الصفيحة (t) وإذا كان الشد (T) جزءاً لا يستهان به من (T_y) فإن هذا الانخفاض في السماكة يكون هاماً .

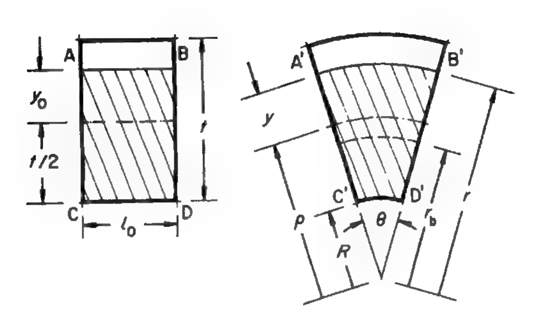
ومن أجل تحديد الزيادة في الإجهاد في الصفيحة، فإن من الضروري تحديد تقليل السماكة (Δt) والزيادة في الشد (ΔT) عند كل تغيير في الانحناء. وكما تم توضيحه آنفاً، فإن هذه الحسابات تكون صحيحة فقط عندما يكون متوسط الإجهاد أقل من إجهاد الخضوع (S)، أي عندما يكون $e < t/2$.

(١٢ , ٤) الانحناءات ذات نصف القطر الصغير
Small radius bends

(١ , ١٢ , ٤) توزيع الانفعال **Strain distribution**

لقد كان الانفعال، في البنود السابقة مفروضاً أن يكون دالة خطية للمسافة (y) من السطح الأوسط .وبالنسبة للحنيات ذات نصف القطر الصغير فإن تحليلاً أكثر دقة أمر ضروري .دعنا ندرس طول (l_o) لصفيحة تحنى تحت تأثير كل من الانفعال المستوي والسماكة الثابتة لنصف قطر صغير الانحناء في السطح الأوسط (ρ) كما تم بيانه في الشكل رقم (٢١, ٤). وبالنسبة للمادة غير القابلة للانضغاط فإن حجم وحدة عرض في حالة التشوه يكون :

$$\theta (R_o^2 - R^2)/2 = l_o t \quad (٤, ٣٩)$$



الشكل رقم (٢١ ,٤) . الانفعالات في حنيات نصف القطر الصغير.

بافتراض أن $R_o = \rho + (t/2)$ و $R = \rho - (t/2)$، فإننا نحصل من المعادلة (٤,٣٩) على:

$$\rho\theta = l_o \qquad (٤ ,٤٠)$$

أي أن طول السطح الأوسط يكون ثابتاً. وإذا اعتبرنا بصورة أولية بعض الألياف على مسافة (y_o) من السطح الأوسط وكذلك أحجام المناطق المظللة في الشكل رقم (٢١ ,٤) فإننا نحصل على :

$$\theta \{r^2 - [\rho - (t/2)]^2\}/2 = (y_o + t/2)\, l_o$$

وهكذا، بافتراض أن $\theta = l_o/\rho$، فإن نصف قطر هذه الليفة في العنصر المشوه يكون :

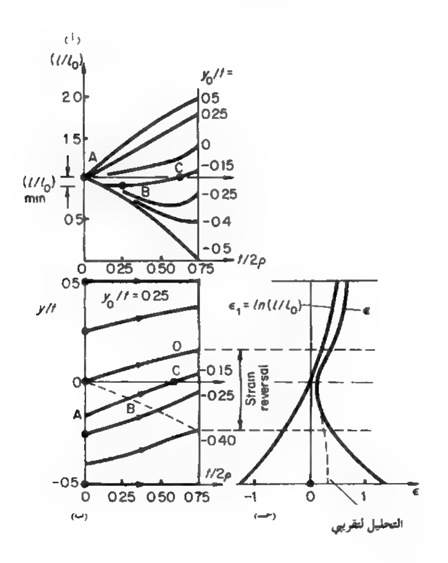
$$r = (2\,\rho\, y_o + \rho^2 + t^2/4)^{1/2} \qquad (٤ ,٤١)$$

وطول هذه الليفة A' B' يكون $l = r\theta = rl_o/\rho$. ولذلك فإن :

$$(l/l_o) = \{1 + (t/2\rho)^2 + (2y_o/\rho)\}^{1/2} \qquad (٤ ,٤٢)$$

والتغيير في الطول كلما ازداد الانحناء قد تم توضيحه في الرسم البياني في الشكل رقم (٢٢, ٤أ) والألياف التي تكون بصورة أولية على (y ≥ o) ستزداد دائماً بصورة رتيبة في الطول. أما الألياف الواقعة تحت السطح الأوسط فستزداد بصورة أولية في الطول ولكنها قد تصل إلى الحد الأدنى من الطول، على سبيل المثال، عند (B) ومن ثم تأخذ في التمدد . وهذا الحد الأدنى من الطول يمكن أن يوجد بواسطة مفاضلة المعادلة (٤,٤٢) بالنسبة للانحناء (1/ρ) والمساواة بالصفر. وهذا يبين أن الانفعال في ليفة يبدأ في الانقلاب عندما يكون :

$$t/2\rho = -2y_o/t \qquad (٤ ,٤٣)$$



الشكل رقم (٢٢, ٤). الانفعال في حنيات نصف القطر الصغير.

وبالتعويض في المعادلة رقم (٤٢, ٤)، فإن الحد الأدنى من الطول لمثل هذه الليفة يكون :

$$(l/l_o) = \{1 - (2y_o/t)^2\}^{1/2} \qquad (٤٤, ٤)$$

ويكون نصف قطر الليفة الحالي التي وصلت إلى أدنى طول لها، من المعادلتين (٤١, ٤) و (٤٣, ٤)، على النحو التالي:

$$r_b = \{ \rho^2 - (t^2/4)\}^{1/2} = \{R\,R_o\}^{1/2} \qquad (٤٥, ٤)$$

وفي الشكل رقم الشكل رقم (٢٢, ٤ب). الانفعال نجد أن نصف القطر النهائي هذا والذي يحدث عنده الانقلاب قد تم عرضه للمنحنى المتزايد بواسطة الخط المتقطع. وتحت هذا الخط، تتناقص الألياف في الطول بصورة رتيبة ويكون الانفعال الفعال هو $\varepsilon = -\ln (l/l_o)$ أما الألياف التي يكون فيها $y_o \geq o$ ستتمدد بصورة رتيبة بحيث أن الانفعال الفعال يكون $\varepsilon = \ln (l/l_o)$ بينما الأليـاف البينية فستمر بعملية معكوسة. وفي الشكل رقم (٢٢, ٤أ). فإن الليفة التي هي بصورة أولية في السطح الأوسط والتي وصلت إلى أدنى طول لها عند (B) ومن ثم تمددت إلى طولها الأصلي عند (C) فإنها ستكون قد وصلت إلى انفعال فعال مقداره $\varepsilon = - 2\ln (l/l_o)_{min}$ وعلى العموم، فإن الألياف في طبقة الانفعال المعكوس، الشكل رقم (٢٢, ٤ب)، فستكون ذات انفعال فعال مقداره :

$$\varepsilon = - 2\ln (l/l_o)_{min} + \ln(l/l_o)$$

أمـا توزيـع الانفعـال الفعـال في حنيـة الصفيحـة الـتي حنيـت إلى نسبة 2/3 أي $(\rho = 2t/3)$، فقـد تم توضيحـه في الشـكل رقـم (٢٢, ٤جـ). ومن أجـل المقارنـة، فـإن الانفعـال الفعـال قـد تم حسـابه مـن التحليـل التقريـبي الـذي فيـه $\varepsilon = |\ \ln\ [1\ +(y/\rho)]\ |$ للألياف التي هي أصلاً تحت السطح الأوسط وقد تم بيانها بواسطة الخط المتقطع في الشكل رقم (٢٢, ٤جـ). ويعتبر هذا الفرق هاماً بصورة واضحة.

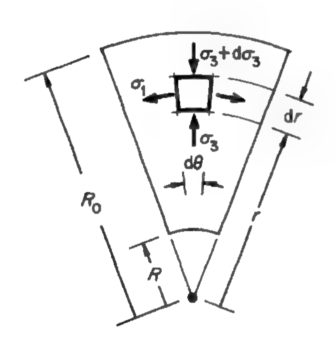
(٢ , ١٢ , ٤) توزيع الإجهاد Stress distribution

في حني الانفعال المستوي إلى نصف قطر صغير، تكون الإجهادات الرئيسة (σ_1) في اتجاه الحني، و (σ_3) في الاتجاه عبر السماكة و $\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ في الاتجاه المستعرض .أما بالنسبة للعنصر المبين في الشكل رقم (٢٣, ٤). فإن توازن القوى في الاتجاه نصف القطري (عبر السماكة)، فتكون على النحو التالي :

$$(\sigma_3 + d\sigma_3)(r + dr)\, d\theta - \sigma_3 r d\theta - \sigma_1 dr\, d\theta = 0$$

وهكذا فإن :

$$d\sigma_3/dr - (\sigma_1 - \sigma_3)/r = o \qquad (٤ , ٤٦)$$



الشكل رقم (٢٣, ٤). عنصر في الحني على نصف قطر صغير.

وبالنسبة لمنطقة الشد، فإن قاعدة الخضوع التي يمكن اختيارها $S = (\sigma_1 - \sigma_3)$، هي إجهاد خضوع الانفعال المستوي، وبافتراض أنه لا يوجد هناك أي إجهاد على السطح الخارجي، أي أن $\sigma_3 = o$ عند $r = R_o$، فإننا نحصل من المعادلة (٤,٥) على :

$$\sigma_3 = - S \ln (R_o/r) \qquad (٤٧ , ٤أ)$$

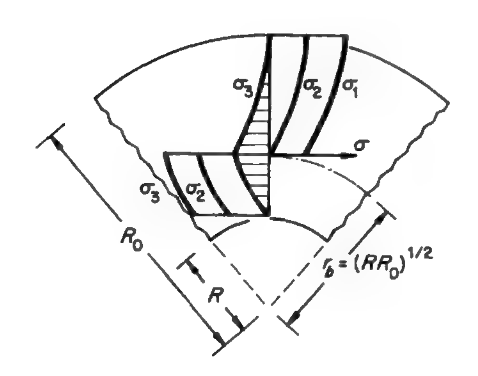
وفي منطقة الضغط تكون $\sigma_1 - \sigma_3 = -S$ ، وعند $r = R$ تكون $\sigma_3 = o$ فإن :

$$\sigma_3 = -S \ln (r / R) \qquad (٤,٤٧ب)$$

وعلى هذا فإن توزيعات الانفعال المعطاة بواسطة كل معادلة ، والمبينة في الشكل رقم (٤,٢٤) تكون متساوية عند :

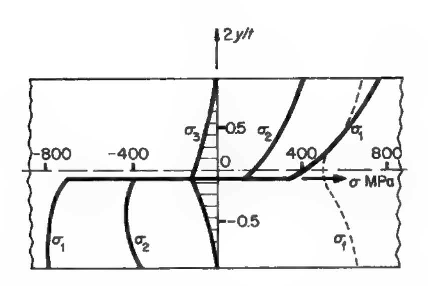
$$r_o = \{RR_o\}^{1/2}$$

كما هو مبين في الشكل رقم (٤,٢٤).



الشكل رقم (٤,٢٤). توزيع الإجهاد في الحني إلى نصف قطر صغير لمادة جاسئة لدائنية تامة.

أما فيما يتعلق بمواد الاصلاد الانفعالي فإن من الضروري حساب الانفعال الفعال لكل ليفة كما تم وصفه في البند السابق ، وكذلك معدلات الانفعال الرئيسة. وبافتراض قانون الإجهاد والانفعال العام ، فإن مركبات الإجهاد يمكن عندئذ حسابها. وهناك مثال للصفيحة المشوهة لنسبة حني مقدارها (٢,٥) أي $(\rho = 2.5t)$ تم بيانها في الشكل رقم (٤,٢٥).

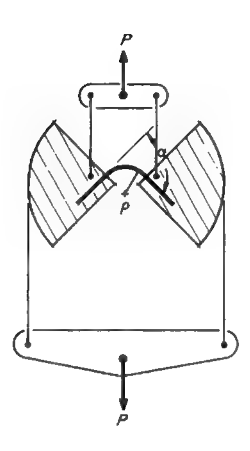


الشكل رقم (٢٥ ,٤). توزيع الإجهاد في مادة جاسئة تتصلد بالانفعال في الحني لنصف قطر صغير.

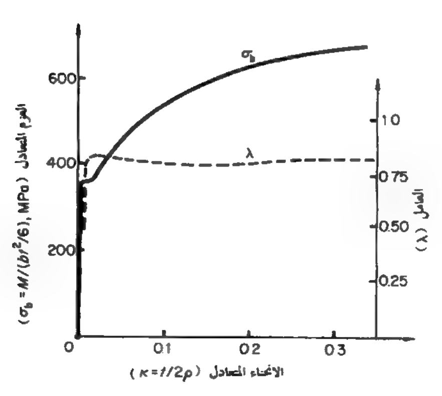
(٤,١٣) استخدام علاقات العزم –والانحناء التجريبية
Using experimental moment - curvature relations

(٤,١٣,١) العلاقات الأساسية Basic relations

يتضح من البنود السابقة أنه في الحني، نجد أن التشويه ليس من الضروري أن يكون أسلوباً متناسباً خالصاً. وقد يغير معدل الانفعال إشارته، وتكون حالة الإجهاد ثلاثية المحاور. وتكون التأثيرات الملاحظة حساسة بالنسبة للاختلافات الصغيرة في التحول المرن - اللدن في المادة، وغالباً ما توصف هذه الاختلافات بصورة رديئة بالقوانين التجريبية المختارة. وقد يكون من الأفضل تجنب استخدام بيانات الاختبار الأحادي المحور، والقوانين التجريبية وقواعد الخضوع جملة وتفصيلاً، وأن نقيم التحليل على أساس منحنيات العزم - والانحناء التجريبية. وهناك جهاز قد تم عرضه في الشكل رقم (٢٦ ,٤) يمكن استخدامه لتطبيق العزم المحض على شريحة اختبار. ويمكن استنباط منحنيات العزم - والانحناء من قياس الحمل (P) وإزاحة الضلع المعترض للآلة. وإذا كان مطلوباً، فإنه يمكن الحصول على منحنى ما يطلق عليه اسم إجهاد الحني (σ_b = $6M/bt^2$) مقابل انفعال الحني ($t/2\rho$) لا يعتمد على أبعاد قطعة الاختبار. واحد الأمثلة على هذه الخاصية قد تم عرضه للفولاذ 0.1%C في الشكل رقم (٢٧ ,٤).



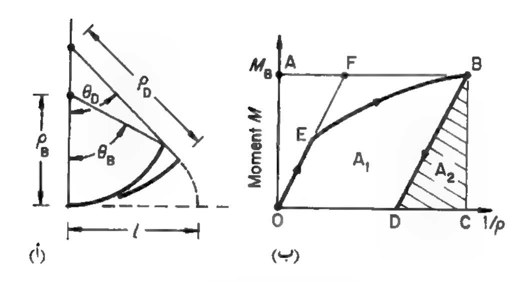
الشكل رقم (٤، ٢٦). رسم بياني لأداة تحديد علاقات العزم والانحناء.



الشكل رقم (٤، ٢٧). علاقة العزم والانحناء المحددة تجريبياً.

وفي منحنى العزم المطبق (M)، مقابل الانحناء (1/ρ) فإن المنطقة الواقعة تحت المنحنى، كما هو مبين في الشكل رقم (٢٨, ٤)، تكون متناسبة مع الشغل المبذول في حني شريحة ذات طول (l) وتكون زاوية الحني (θ) هي (l/ρ) والشغل المبذول بواسطة العزم كما يلي:

$$\int M d\theta = l \int M d(1/\rho)$$



الشكل رقم (٢٨, ٤). (أ) الشريحة بعد التحميل وإزالة التحميل.
(ب) منحنى العزم – والانحناء.

ولدى عرض نتائج اختبارات الحني، من المفيد إعطاء المعامل (λ)، الذي هو قياس اللاخطية للمنحنى. وهذا المعامل هو نسبة الشغل المبذول في الحني إلى حاصل الضرب M(1/ρ). وفي الشكل رقم (٢٨, ٤) فإن هذا هو:

$$\lambda = (\text{Area OEBC}) / (\text{Area OABC}) = [\int M d(1/\rho)] / [M(1/\rho)] \quad (٤, ٤٨)$$

وتعتمد قيمة (λ) على (t/2ρ) كما هو مبين في الشكل رقم (٢٧, ٤).

وقد عرضت النتائج النموذجية لحني شريحة بانحناء كبير في الشكل رقم (٢٨, ٤ب). ولدى القيام بالحني حتى العزم المرن الحدي (M_e)، فإن

الشغل المبذول هو $M_e\ (l/\rho_e)/2$ كما أن قيمة λ هي ٠,٥ كما هو مبين في الشكل رقم (٢٧, ٤) وفي أثناء الحني اللدائني تزداد (λ) وعند (B) يكون الشغل المبذول هو $\lambda_B\ M_B(l/\rho_B) = A_1 + A_2$. ولدى إزالة التحميل يتم استرداد الشغل المرن (A_2) وكما تم بيانه في الشكل رقم (٢٨ ,٤أ)، فإن زاوية الحني تقل من القيمة (θ_B) تحت التحميل (θ_D) في الحالة الحرة .

أما بالنسبة لإزالة التحميل المرن لشريحة ذات وحدة طول $l = 1$ فإن التغيير في الزاوية يكون على النحو التالي :

$$\Delta\theta = \theta_B - \theta_D = \Delta M/E'I = - M_B/E'I \qquad (٤ ,٤٩)$$

حيث (E') قد تم إعطاؤها بواسطة المعادلة رقم (١٧, ٤)، كما أن $I = bt^3/12$ بالنسبة لشريحة بعرض (b) وسماكة (t) بينما الارتداد الخلفي ($\Delta\theta$) لشريحة ذات وحدة طول يمكن أيضاً أن تعطى بدلالة إجهاد الحني (σ_b) أي أن :

$$\Delta\theta = 2\sigma_b/E't \qquad (٤ ,٥٠)$$

ويكون الشغل اللدائني اللاعكسي (غير المسترد) A_1 هو :

$$\begin{aligned} A_1 &= \lambda_B M_B\ (l/\rho_B) - M_B\ \Delta\theta/2 \\ &= \lambda_B M_B\ (l/\rho_B) - M_B^2/2\ E'\ I \end{aligned} \qquad (٤ ,٥١)$$

كما أن الشغل اللدائني A_1 قد يكتب في الشكل التالي :

$$A_1 = \lambda_P M_B \frac{1}{\rho_D} \quad \text{أو} \quad A_1 = \lambda_P M_B \theta_D \qquad (٤ ,٥١أ)$$

حيث تكون (λ_P) قد حددت على النحو التالي :

$$\lambda_P = \left(\frac{AreaOEBD}{AreaOFBD}\right)$$

وقد أعطيت أمثلة لقيم (λ_P) و (σ_b) لمختلف المواد في الجدول (١, ٤).

الجدول رقم (١ ,٤). بيانات الحني للمواد المختلفة.

	Yield stress MPa		(Bend ratio), p/t نسبة الحني					
			1	2	4	8	16	32
الفولاذ الكربوني Carbon Steel	190	σ_b	540	514	4.40	358	300	270
		λ_p	0.807	0.794	0.790	0.831	0.890	0.930
	290	σ_b	738	684	596	505	424	395
		λ_p	0.824	0.809	0.803	0.832	0.891	0.890
	350	σ_b	793	762	700	628	565	528
		λ_p	0.875	0.865	0.860	0.865	0.867	0.849
براص Brass	105	σ_b	546	435	310	254	211	185
		λ_p	0.684	0.705	0.763	0.805	0.840	0.855
Cu 37 Zn	275	σ_b	810	713	612	568	522	483
		λ_p	0.802	0.836	0.870	0.865	0.837	0.793
الألومنيوم Aluminium 99.5%	20	σ_b	131	117	97	80	62	45.1
		λ_p	0.784	0.759	0.723	0.711	0.715	0.755
	105	σ_b	182	183	186	185	180	175
		λ_p	0.993	0.976	0.940	0.900	0.841	0.720

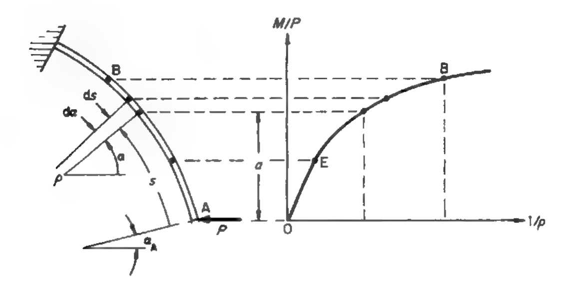
(٢ , ١٣ , ٤) خط الحني The bending line

هناك علاقة قائمة بين منحنى العزم - والانحناء وشكل الانحراف للشريحة المنتظمة . والشكل رقم (٢٩ , ٤) يوضح شريحة محملة بقوة أفقية (P) وفي نقطة ما على مسافة رأسية (a) فوق خط العمل يكون العزم $M = Pa$. وقد رسم منحنى العزم بحيث يكون محور الانحناء على استقامة واحدة مع (P) ويكون الإحداثي الرأسي $a = M/P$ وشكل هذا المنحنى مماثل لمنحنى (M) مع ($1/\rho$). إلا أن الإحداثي الرأسي يكون قد صغر بمقدار ($1/P$). وبهذا البناء، فإن الخطوط الأفقية من الشريحة إلى المنحنى تربط النقاط المرافقة ذات الصلة وبين (A) و (E)، على سبيل المثال، تكون الشريحة قد شوهت في نمط خطي مرن، كما أن الحني المرن- اللدائني والاصلاد الانفعالي يحدث بعد (E).

وعند النقطة التي تكون على المسافة (s) من طول الشريحة، يكون نصف قطر الانحناء هو (ρ)، وزاوية العمودي (α) والعزم هو $M = Pa$. وعند الزيادة (ds)، على

طول الشريحة، حيث $ds = \rho d\alpha$، يكون العزم قـد ازداد إلى $M = P(a + da)$ حيث $da = ds \cos \alpha$ وبما أن $a = M/P$ فإن العلاقة تكون على النحو التالي :

$$\rho d\alpha = da/\cos \alpha \qquad (٤ ,٥٢)$$



الشكل رقم (٢٩ ,٤). شكل الانحراف أو خط الحني.

وبالتكامل على طول المنحنى، من (A) إلى (B) فإننا نحصل على :

$$\int_{\alpha_A}^{\alpha_B} \cos\alpha d\alpha = \int_0^{\rho_B} \frac{da}{\rho} \qquad (٤ ,٥٣)$$

ويكون التكـامل على الجانب الأيمـن للمعادلة (٥٣, ٤) هـو المنطقـة التكميلية فوق المنحنى أي أن :

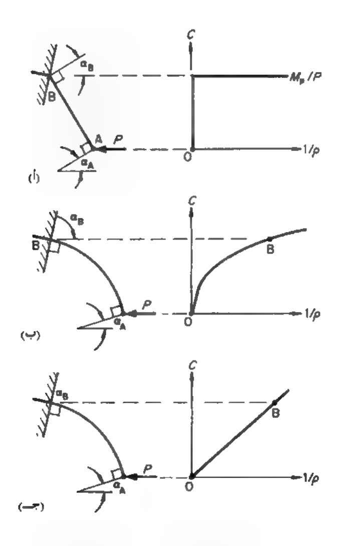
$$\int_0^{\rho_b} \frac{da}{\rho} = (1+\lambda)a_b(\frac{1}{\rho_B})$$

ولذلك فإن تكامل المعادلة (٥٣, ٤) يعطي :

$$\sin\alpha_B - \sin\alpha_A = (1-\lambda)a_B(1/\rho_B) \qquad (٤ ,٥٤)$$

وعنـد معرفـة قيمـة (α_A) فـإن المعادلـة رقـم (٥٤ ,٤). تحـدد شـكل الانحـراف للشريحة. (إننـا في هـذا التحليـل نقـوم بمناقشـة شريحة رفيعـة slender ونفـترض أن تأثـير المركبة المحورية للحمل على توزيع الإجهاد هو كمية مهملة).

وقد تم توضيح خطوط الانحناء الخاصة بشرائح من مختلف المواد في الشكل رقم (٣٠ ,٤). أما بالنسبة للعارضة الجاسئة المثالية اللدونة في الشكل رقم (٣٠ ,٤أ)، فإن قيمة (λ) هي الوحدة بحيث إن العارضة تكون مستقيمة ($\alpha_A = \alpha_B$) بين (A) و (B) وعند (B) تنحني بصورة حادة على "مفصل لدائني" "plastic hinge". أما فيما يتعلق بمواد الإصلاد الانفعالي، $0.5 < \lambda < 1$ في الشكل رقم (٣٠ ,٤ب)، فإن الانحناء يزداد بسرعة كلما ازداد ذراع العزم. وفي العارضة المرنة، فإن ($\lambda = 1/2$)، ويكون شكل الانحراف قطعاً مكافئاً.



الشكل رقم (٣٠ ,٤). خطوط الحني للشريحة، (أ) الجاسئة اللدائنية التامة.
(ب) ذات الإصلاد بالانفعال. (جـ) المواد المرنة الخطية.

(١٤ , ٤) تطبيق خط الحني في الأساليب التكنولوجية

Application of the bending line in technological processes

(١ , ١٤ , ٤) الحني بين ألواح متوازية Bending between parallel plates

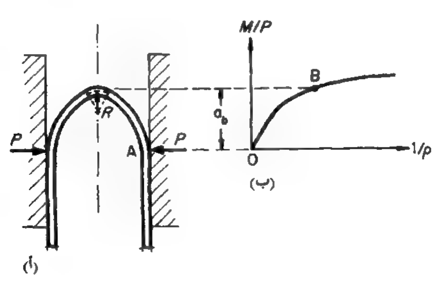
لدى القيام بحني شريحة بين لوحين متوازيين، عديمي الاحتكاك، فإن الأسلوب المذكور آنفاً يمكن استخدامه لإيجاد الشروط الضرورية لتحقيق نصف قطر معين (r = R) عند المقدمة (B) كما هو مبين في الشكل رقم (٤,٣١أ)، (ومن أجل التبسيط فقد تناولنا بالبحث فقط الشكل في صورته المحملة بدلاً من الشكل بعد الارتداد الخلفي). وعلى هذا فإن العزم (M_B)، يكون هو المطلوب للحصول على الانحناء (1/R) كما يتم تأكيده من خاصية العزم، كما هو مبين في الشكل رقم (٤,٢٧)، على سبيل المثال. وفي حالة التشكل تكون $a_A = o$ و $a_B = p/2$ ، ومن ثم من المعادلة (٤,٥٤) يكون:

$$(1 - l)\, a_B\, (1/R) = 1$$

أو:

$$a_B = \frac{R}{1 - \text{ب}} = \frac{M_B}{P} \qquad (٤,٥٥)$$

حيث $P = M_B / a_B$. وهكذا فإن قيمة (P) ومكان نقطة التماس قد تم تحديدها.



الشكل رقم (٣١ , ٤). حني شريحة بين لوحين عديمي الاحتكاك ومتوازيين.

(٢ , ١٤ , ٤) الحني على أسطوانة Bending over a cylinder

وبطريقة أخرى، يتم حني شريحة منتظمة على دلفين أسطوان cylindrical roller كما هو مبين في الشكل رقم (٣٢, ٤). ومرة ثانية فإن العزم (M_B) المطلوب لإنتاج الانحناء ($1/R$) يتحدد من منحنى العزم. وإذا أمكن للدلفين بذل قوة رأسية(P) على (A)، أي أن $\alpha_A = o$ فعندئذ تكون الشروط الضرورية هي أن:

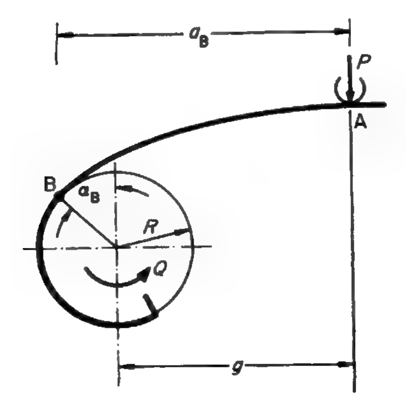
$$a_B = g + R \sin \alpha_B \qquad (٤ ,٥٦)$$

ومن المعادلة رقم (٥٤, ٤):

$$R \sin \alpha_B = (1 - \lambda_B)\, a_B \qquad (٤ ,٥٧)$$

وهكذا فإن :

$$a_B = g / \lambda \; ; P = M_B \; / a_B \; ; Q = \lambda M_B \qquad (٤ ,٥٨)$$



الشكل رقم (٤,٣٢). حني شريحة على دلفين بنصف قطر (R) .

وهناك شرط ضروري في هذا التحليل وهو أن الزاوية (α_B) يجب أن تكون أقل من ($\pi/2$)، والتي تتطلب، حسب المعادلة رقم (٥٥, ٤) أن تكون:

$$g < \lambda_B R/(1 - \lambda_B)$$

(٣ , ١٤ , ٤) الحني في قالب على شكل حرف في (V) Bending in a vee-die

يمكن للصفيحة أن تنحني على طول خط باستخدام سنبك punch وقالب على شكل حرف (V) كما هو مبين في الشكل رقم (٤,٣٣) فإذا كانت نصف الزاوية لمجموعة القالب هي (α) فإن القوة التي يتم بذلها بواسطة القالب على الشريحة بحضور الاحتكاك على زاوية ($\alpha - \psi$) حيث (ψ) هي زاوية الاحتكاك. وبصورة أولية يكون نصف قطر الانحناء للحنية هو (ρ)، أكبر من ذلك الذي سيكون قد أعطي بواسطة الملامسة التامة مع مقدمة السنبك $R + (t/2)$، ويقوم السنبك بملامسة الصفيحة على طول خط مركزي بقوة قدرها:

$$F = 2P \cos (\alpha - \Psi) \qquad (٤ ,٥٩)$$

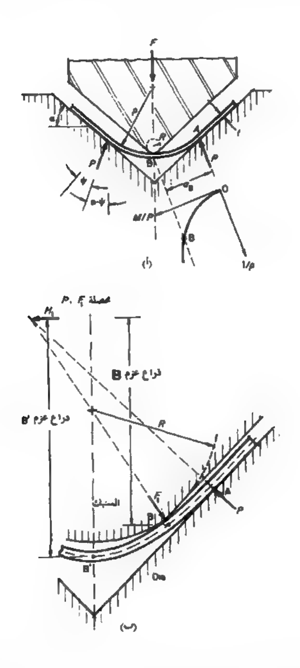
وفي بعض اللحظات أثناء نزول السنبك، فإن نصف قطر الانحناء للشريحة (ρ) سيساوي بالضبط $R + (t/2)$ ومن المعادلة رقم (٥٤, ٤):

$$\sin (\alpha - \Psi) - \sin \Psi = (1 - \lambda_B)\, a_B \{1/ [R + (t/2)]\} \qquad (٤ ,٦٠)$$

حيث ($\alpha - \psi$) هي الزاوية المحصورة بين الشريحة عند (B) وخط تأثير القوة (P) ومن منحنى العزم نحصل على (M_B) و (λ_B) المناظرة عند $\rho = [R + (t/2)]$، ومن ثم من المعادلة رقم (٦٠, ٤) يمكن إيجاد الذراع (a_B) والقــوة $P = M_B/a_B$.

وإذا استمر الحني، فإن نقطة التماس بين السنبك والصفيحة (B) سيتحرك بعيداً عن الخط المركزي، وفي غياب الاحتكاك، ستشكل الصفيحة منحنى أكثر حدة في المركز كما هو مبين في الشكل رقم (٤,٣٣ب) والسبب في هذه الظاهرة هو أن القوتين المؤثرتين على نصف الصفيحة (P) و (F_1)، لا تكونان متوازيتين، ولذلك فإنهما لا تنتجان عزماً محضاً. وبما أن (F_1) أكثر عمودية تقريباً فإن هناك قوة محصلة (H_1) والتي

يجب أن تكون أفقية بسبب التماثل، كما هـو مبين في الشكل رقم (٤,٣٣ب) ويكون ذراع العزم هو المسافة الرأسية المبينة والتي هي بالنسبة لنقطة الوسط (´B)، تكون أكبر من نقطة التلامس (B) ؛ ونتيجة لذلك يكون الانحناء أكبر مما هو في(´B)، وبالتالي فإن الشريحة تتحرك بعيداً عن السنبك وتتخذ نصف قطر ($\rho < R$).



الشكل رقم (٣٣ ,٤). (أ) حني شريحة في قالب على شكل حرف (V) ذات نصف قطر (R)
(ب) منظر مكبر للقوى على نصف الشريحة في مرحلة لاحقة من الحني في قـالب على شكل حرف (V).

وإذا تحرك السنبك حتى أدنى حد بحيث تكون الشريحة قد ضغطت بصـورة ثابتة بين السنبك وقـالب متوافق مستدير القعر ، فإن تأثيرات متبادلة بالغة التعقيد تحدث بحيث يكون جزء من الصفيحة قـد تم تقويمه بينما المزيد من الانحناء يكون قد نتج في أماكن أخرى .ولا يمكن التنبؤ بالارتداد الخلفي بواسطة أية حسابات بسيطة بعد هذه الأحداث .

(٤ , ١٤ , ٤) الحني بثلاثة دلافين Three - roll bending

يمكن حني الصفيحة إلى شكل أسطواني بإمرارها بين ثلاثة دلافين كما هو مبين في الشكل رقم (٣٤, ٤أ) فإذا كان الدلفين الأوسـط بنصـف قطـر (R) هـو الدلفين المنقاد، ويدور الدلفينان الآخران بحرية ، تحت ظروف ثابتة ، فإن القـوى المؤثرة تكـون (P_C) و (P_A) و(P_B) كما هـو مبين. فإذا كان نصف قطر الانحناء المطلوب (ρ_C)، معروفاً ، فإن الانحناء تحت الحمل $1/\rho_B$ والعزم (M_B) يمكن الحصول عليهما من منحنى العزم والانحناء باستخدام طريقة العمل المبينة في الشكل رقم (٣٤, ٤ب) حيث يكـون (CB) موازياً للجزء المرن (AE) [النقـاط في الشـكل رقـم (٣٤, ٤أ و ب) متقابلـة ومتوافقة ، والشريحة منحنية بصورة مرنة بين (A) و (E) ولدائنياً بين (E) و (B) ومن ثم يزال التحميل بصورة مرنة بين (B) و (C)].

وتحديد المتغيرات كافة ، أسلوب بالغ الطول بحيث لم يتم بحثه هنا بصـورة كاملة. ويتم الحصول على تقاطع القوى الثلاث عند (O_1) من الشرط الآتي :

$$P_A a_A = M_B = P_C a_C \quad (٤ ,٦١)$$

ويكون الشغل الصافي (A_1)، الضروري لحني شريحة بطول (l) ممثلاً بالمنطقة AEBC في الشكل رقم (٣٤, ٤ب)، ويمكـن كتابتها بموجب المعادلة رقم(٥١, ٤أ)، على النحو التالي :

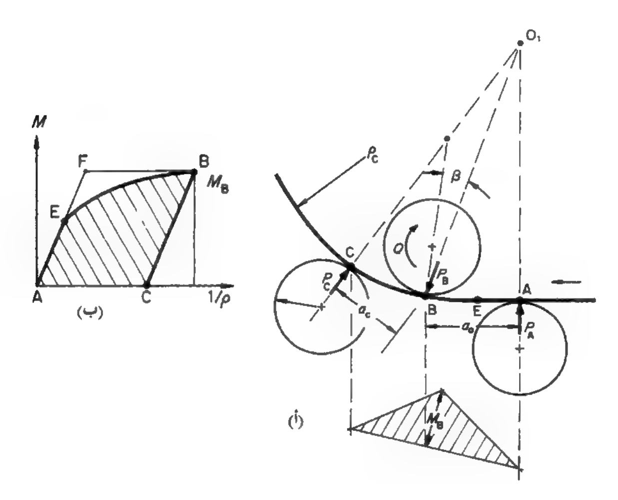
$$A_1 = \lambda_P M_B (l/\rho_C) \quad (٤ ,٦٢)$$

ويكون هذا الشغل (A_1) قد بذل من قبل عزم اللي (Q) على دلفين التدوير، منتجاً إزاحة زاوية $\theta = l/R$. وهكذا فإن :

$$Q\,(l/R) = \lambda_P\, M_B\, (l/\rho_C)$$
$$Q = \lambda_P\, M_B\, (R/\rho_C)$$

حيث (ρ_C) هو نصف قطر الشريحة المزال عنها التحميل .

ومن أجل التأكد من أنه لا يوجد هناك انزلاق بين الصفيحة ودلفين التدوير، فإن زاوية الاحتكاك (ψ) يجب أن تكون أكبر من (β) في الشكل رقم (٣٤, ٤ أ).



الشكل رقم (٣٤ ,٤). الحني بثلاثة دلافين.

الفصل الخامس

التحليل الغشائي للهياكل الدائرية القشرية

Membrane analysis of circular shells

(٥,١) مقدمة Introduction

إن شكل العديد من الأجزاء المعدنية الصفيحية هو ذلك الشكل الخاص بسطح الدوران ؛ وبما أن هذه الأجزاء تكون متماثلة حول محور مركزي وأثناء التشكيل فإن الأحمال والإجهادات تكون متماثلة المحور axisymmetric أيضاً . والنظرية الخاصة بمثل هذه الهياكل راسخة تماماً وقد وجد بالتجربة ان بعض الافتراضات التبسيطية يمكن تطبيقها في تحليل تشوه هذه الهياكل عندما تكون قد شكلت من المواد الصفيحية النمطية ذات الإصلاد الانفعالي. وهذا يؤدي إلى بعض النماذج الرياضية لعمليات تشكيل المعادن الصفيحية الشائعة ، والتي وإن كانت غير مضبوطة ، فإنها مفيدة لأغراض تكنولوجية عديدة.

(٥,٢) الشكل الهندسي للهياكل القشرية

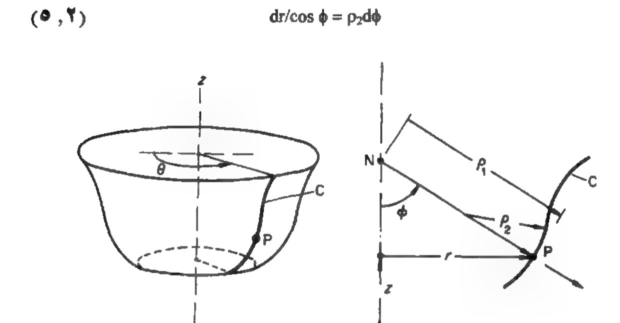
Geometry of shells

لقد تم وصف الهيكل بواسطة المنحنى المستوي (C) الذي يدور حول المحور (OZ) كما هو مبين في الشكل رقم (١ , ٥). وقد حددت نقطة (P) بواسطة الإحداثيات الأسطوانية (r, θ, z) ؛ والعمود الخارجي على هذا السطح ، (n)، متجه على طول (NP) وإنصاف الأقطار الرئيسة للانحناء عند (P) هي (r_1) و (r_2) حيث :

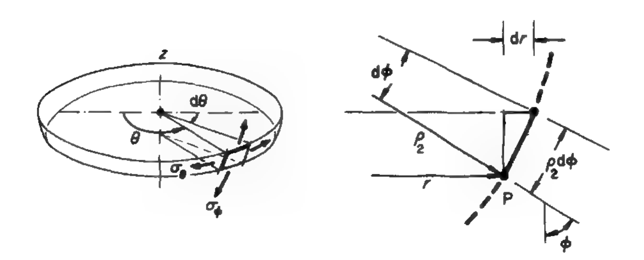
$$r = r_1 \sin\phi \qquad (٥ , ١)$$

وقد تم توضيح عنصر الهيكل القشري shell element عند (P) في الشكل رقم (٢ ,٥)، وهو ذو جوانب بطول ($\rho_2 d\phi$) و ($rd\theta$) حيث ($d\theta$) هي زاوية السمت المقابلة. وعلى هذا فإن علاقة أخرى قائمة هي :

$$dr/\cos\phi = \rho_2 d\phi \qquad (٥ ,٢)$$



الشكل رقم (١ ,٥). سطح الدوران الذي مسح بواسطة دوران المنحني (C) حول المحور (Z).



الشكل رقم (٢ ,٥). الشكل الهندسي لعنصر الهيكل القشري عند (P) .

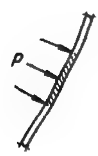
(٣, ٥) حالة الإجهاد المفترضة

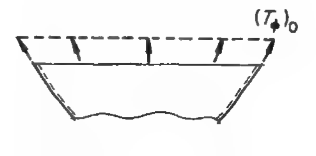
Assumed stress state

قد يتم ـ بصورة عامة ـ التأثير على عنصر الهيكل القشري بواسطة القوى العمودية ، وقوى القص وعزوم الحني. وبالنسبة للهياكل الرقيقة التي تتشوه لدائنياً ، فإننا نفترض في هذا المقام أن عزوم الحني عبارة عن كميات مهملة ، بسبب التماثل المحوري ، فإن إجهادات الطوق المحيطية وإجهادات خط الزوال (التنصيف)meridional . σ_θ stresses و σ_ϕ على التوالي ، هي إجهادات رئيسة . وفي كثير من عمليات تشكيل الصفائح ، فإن العنصر إما أن يكون غير مدعم أو أن ضغط التلامس مع المعدات يكون صغيراً بصورة كافية ، بحيث يمكن إهماله ؛ وقد يفترض أيضاً وجود شروط الإجهاد المستوي أي :

$$\sigma_1 = \sigma_\theta \ , \sigma_2 = \sigma_\phi \, , \sigma_3 = 0 \qquad (٣, ٥)$$

وفي النماذج المقدمة ، نجد أن المزيد من القيود قد وضعت على الأحمال الخارجية. أما في التطبيق العملي ، فإن عنصر الصفيحة قد يتم التأثير عليه بواسطة أحمال القص الناشئة ـ على سبيل المثال ـ من الاحتكاك عندما تسحب الصفيحة على سطوح المعدات. وقد اعتبرت هذه القوى مهملة ، إلا أن كلاً من القوى العمودية والتي هي مساوية للضغط الهيدروستاتيكي (p) والشدود الطرفية ، $(T_\phi)_o$ وكلاهما مماس للسطح وموزع بصورة متجانسة على دائرة خط العرض latitude circle ، قد تم أخذها بعين الاعتبار . وقد تم توضيحها في الشكل رقم (٣, ٥).



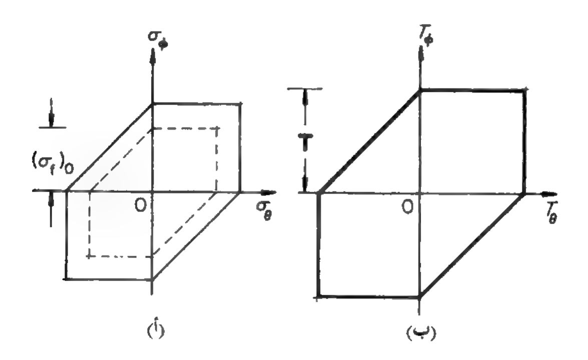


الشكل رقم (٣ ,٥). الأحمال المسموح بها على هيكل قشري.

(٤, ٥) خضوع عناصر الهيكل القشرية

Yielding of shell elements

من المفروض، أثناء عملية التشكل، أن يمر الهيكل القشري في تشوه إجهاد مستوى لداثني في كل مكان. وتكون حالة خضوع "تريسكا" قد تم استخدامها بحيث إنه تحت تحميل شد تكون هناك علاقة بين الإجهادات الرئيسة (s_θ) و (s_ϕ) كما هو مبين في الشكل رقم (٤, ٥أ) حيث $(s_f)_o$ هو إجهاد الانسياب الأولي. ويمكن رسم مخطط بياني مماثل لحالات الشد الرئيسة (T_ϕ) و (T_θ)، كما هو مبين في الشكل رقم (٤, ٥ب)، حيث $T_\phi = s_\phi t = T_\theta = s_\theta t$.



الشكل رقم (٤, ٥). المحل الهندسي للخضوع (أ) للإجهادات الرئيسة.
(ب) لحالات الشد الرئيسة أو محصلات الإجهاد (s t).

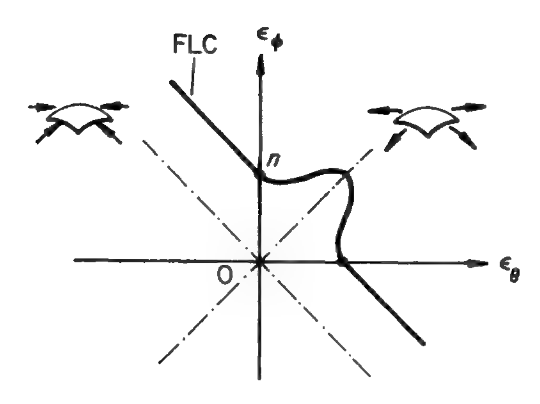
والآن فإن افتراضاً مفيداً بصورة خاصة يمكن إدخاله. فقد وجد أنه في عمليات التشكيل الصفائحي النمطية، تكون خاصية الإصلاد الانفعالي للصفيحة المستخدمة، بحيث انه أثناء التشكيل، يميل الإصلاد الانفعالي إلى موازنة التقليل في

السماكة بحيث إن حجم المحل الهندسي للشد، كما في الشكل رقم (٥,٤ ب) يبقى ثابتاً تقريباً بينما من المفروض أن تبقى محصلة الشد ($T = \sigma . t$) ثابتة . وقد يبدو مفاجئاً أن يكون مثل هذا الافتراض منطقياً، إلا أنه من التجربة، نجد أن المواد التي اختيرت لمختلف أنواع الأساليب تكون ذات خصائص إصلاد إنفعالي تناسب تلك العملية الخاصة، وان هذه الخصائص تنسجم مع هذا الافتراض . وفي الشكل رقم (٥,٥)، قد أعيد بيان منحنى حد تشكيل نمطي، كما تمت مناقشته في الفصل الثالث . وإذا كان الأسلوب يغلب عليه السحب بصورة طاغية والذي يكون فيه ($\sigma_\phi = -\sigma_\theta$) و ($\varepsilon_\phi = \varepsilon_\theta$)، أي على طول المحور الأيسر، فانه سيكون هناك خطر قليل من ناحية التخصر ولذلك لا حاجة لاختيار مادة ذات اصلاد انفعالي عال . وهذا أيضاً عبارة عن أسلوب يوجد فيه القليل من الترقيق($\varepsilon_3 \sim 0$)، ولذلك فإن ناتج ضرب قيم الإجهاد والسماكة تكون ثابتة تقريباً . وفي عملية المط stretching ، حيث $\varepsilon_\phi = \varepsilon_\theta$ و $\sigma_\theta = \sigma_\phi$ ، نجد أن التخصر يكون مشكلة ومن ثم فإن مادة اصلاد انفعال عال (مثل الفولاذ الذي لا يصدأ أو النحاس الأصفر) ستكون حسنة الأداء. ويكون الترقيق سريعاً في هذا الأسلوب، $\varepsilon_3 = -2\varepsilon_\theta$ ، ولكن ـ مرة ثانية ـ نجد أن حاصل ضرب الإجهاد والسماكة ثابتا تقريباً . وسيكون هناك استثناءات، حيث قد تظهر حالات لا يكون فيها هذا الافتراض منطقياً، ولكن ـ كما ذكر آنفاً ـ يوجد هناك حالات كثيرة تكون فيها الشدود ثابتة تقريباً.

بالنسبة للأساليب التي يتم فيها تبني الافتراض الآنف الذكر، فإن المحل الهندسي للشد في الشكل رقم (٤, ٥ب) سيبقى بحجم ثابت كما ذكر آنفاً . أما المحل الهندسي للخضوع، الموضح في الشكل رقم (٤, ٥أ) فيتم تحديده بإجهاد الخضوع الأحادي المحور الجاري σ_f وقد يتغير أثناء التشكيل، أما المحل الهندسي للشد، كما في الشكل رقم (٤, ٥ب) فإنه ثابت، ويتم تحديده بواسطة :

$$T = \sigma_f t = (\sigma_f t)_o \quad (٥ ,٤)$$

حيث $(\sigma_f t)_o$ هي إجهاد الخضوع الأحادي المحور الأولي وسماكة الصفيحة الأولي أيضاً.



الشكل رقم (٥ ,٥). منحنى حد تشكيل نموذجي (FLC) لمادة ذات أس إصلاد انفعال (n).

وتعتمد العلاقة بين الشدود على حالة الإجهاد المعينة، التي تمت الإشارة إليها في الشكل رقم (٤, ٥ب).

$T_\theta = T$; $T_\theta > o$ و $o < T_\phi < T$ إذا (٥, ٥, أ)

$T_\phi = T$; $T_\phi > o$ و $o < T_\theta < T$ إذا (٥, ٥, ب)

$T_\theta > o , T_\theta - T_\phi = T$ و $-T < T_\phi < o$ إذا (٥, ٥, جـ)

$T_\phi > o , T_\phi - T_\theta = T$ و $-T < T_\theta < o$ إذا (٥, ٥, د)

$T_\phi < o , T_\phi = -T$ و $-T < T_\theta < o$ إذا (٥, ٥, هـ)

$T_\theta < o , T_\theta = -T$ و $-T < T_\phi < o$ إذا (٥, ٥, و)

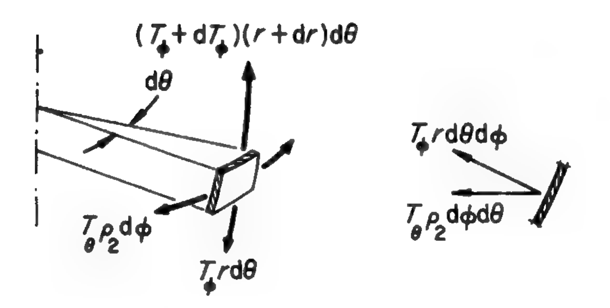
وسيتبع ذلك أيضاً من هذه الحالة انه في الأسلوب المتناسب أي، عند نقطة ثابتة على المحل الهندسي للشد، حيث σt = constant قيمة ثابتة، فإن تفاضل (T_θ) و (T_ϕ) سيعطي:

$$d\sigma_\theta / \sigma_\theta = d\sigma_\phi / \sigma_\phi = - dt/t = -d\varepsilon_t \quad (٥, ٦)$$

(٥, ٥) شروط التوازن Equilibrium Conditions

بالنسبة للتحميل المتماثل المحور لهذه الهياكل القشرية حيث عزوم الحني تكون مهملة، فإن القوى المؤثرة على عنصر الهيكل القشري قد تم توضيحها في الشكل رقم (٦ , ٥). ونلاحظ أن حالات الشد المحيطية (T_θ)، تتسبب في ظهور مركبة قوة نصف قطرية متجهة للداخل هي :

$$T_\theta \, r_2 \, d\phi \, dq$$



الشكل رقم (٦ , ٥). القوى المؤثرة على عنصر الهيكل القشرية ومحصلاتها نصف القطرية والعمودية.

وبتحليل هذه القوى في الاتجاه العمودي على السطح، كما هو موضح في الشكل رقم (٧, ٥)، فإننا نحصل على :

$$p r_2 \, d\phi \, r dq - T_\theta \, r_2 \, d\phi \, dq \sin\phi - T_\phi \, r dq \, d\phi = o$$

أي أن الضغط العمودي (p) هو :

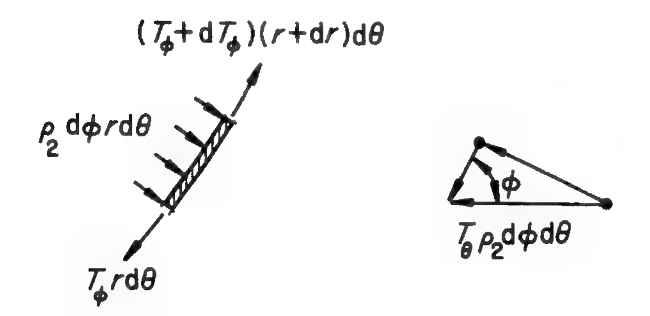
$$p = T_\theta \, (\sin\phi / r) + T_\phi / r_2$$

أو :

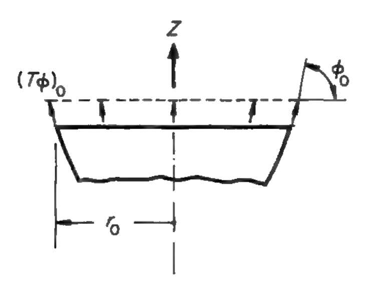
$$p = T_\theta / r_1 + T_\phi / r_2 \qquad (٥ ,٧)$$

وبتحليل هذه القوى في الاتجاه المماسي، كما هو موضح في الشكل رقم (٥،٧) فإننا نحصل على:

$$(T_\phi + d\,T_\phi)(r + dr)d\theta - T_\phi\, r d\theta - T_\theta\, \rho_2\, d\phi\, d\theta \cos\phi = o$$



الشكل رقم (٥, ٧). المركبات العمودية والمماسية للقوى المؤثرة على عنصر الهيكل القشري.



الشكل رقم (٥, ٨). القوة المحورية Z والحمل المكافئ الموزع بانتظام $(T_\phi)_0$ على أحد الحدود.

وباستخدام المعادلة (٢, ٥): وبالتبسيط، فإننا نحصل على :

$$d T_\phi / dr - (T_\theta - T_\phi)/r = o \qquad (٥,٨)$$

وكما تم توضيحه آنفاً، فإن القوى الحدودية محصورة في حالات شد موزعة بصورة منتظمة بحيث تكون مماسة للهيكل. وحالات الشد هذه مساوية للمحصلة المحورية Z، كما هو موضح في الشكل رقم (٥,٨)، حيث:

$$Z = (T_\phi)_o \, 2 \pi r_o \sin \phi_o$$

أو :

$$(T_\phi)_o = Z/(2\pi r_o \sin \phi_o) \qquad (٥,٩)$$

(٥, ٦) محدوديات النظرية البسيطة

Limitations of the simple theory

إن النظرية المقدمة مبنية على تبسيطات معينة ليس من الضروري أن تكون قابلة للتطبيق على كافة حالات تشكيل الصفائح المتماثلة المحور . والافتراضات التي ينبغي أن تكون موجودة في الذهن بصوره دائمة هي :

١ - الهيكل وسماكته، وتوزيع الإجهاد والتحميل الخارجي يجب أن تكون كلها متماثلة حول محور مركزي.

٢ - لا يمكن للمادة أن تحمل عزم حني.

٣ - الأحمال الطرفية موزعة بصورة منتظمة ومماسة للسطح.

٤ - إجهادات الاحتكاك كميات مهملة، وإجهادات التلامس عمودية على السطح وصغيرة بالمقارنة مع إجهاد خضوع الصفيحة.

٥ - في أية لحظة أثناء التشكيل، يتشوه الهيكل القشري برمته تحت ظروف إجهاد مستوي لدائني.

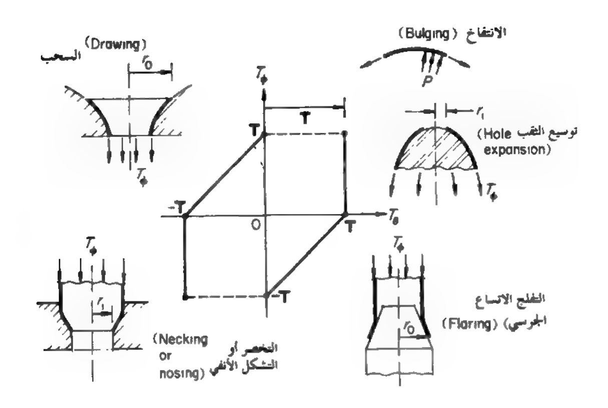
٦ - تمثل الصفيحة أثناء التشكيل لقاعدة خضوع تريسكا المحددة بواسطة إجهاد الانسياب (σ_f).

٧ - تكون مقاومة المادة وترقيقها مترابطة بحيث انه عبر تشويه كامل المنتج يبقى حاصل ضرب ($\sigma_f t$) ثابتاً ؛ والمحل الهندسي للخضوع الخاص بمحصلة الإجهاد أو حالات الشد موصوفة بواسطة قيمة ثابتة مقدارها (T).

ونتيجة لهذه الافتراضات، فإن التحميل على أية نقطة في الهيكل القشري يمكن وصفها بصورة كاملة بواسطة حالات الشد الرئيسة أو محصلات الإجهاد (T_ϕ) و (T_θ) في اتجاهات خط الزوال والمحيط. وهذه ببساطة تكون مرتبطة فقط بإجهاد الانسياب الأولي والسماكة، $(\sigma_f t)_0$ كما تم توضيحه في المعادلتين (٤, ٥) و (٥, ٥). وبالإضافة إلى ذلك، فقد يظهر من المعادلة (٨, ٥) أن توزيع الإجهاد هو دالة بنصف القطر مستقلاً عن شكل الهيكل. أما بالنسبة لكل منطقة من مناطق المحل الهندسي للخضوع، الشكل رقم (٤, ٥ب)، فإن توزيع إجهاد معيناً سيكون موجوداً، وسيجري التعرف عليه في البنود التالية.

(٧, ٥) التطبيقات Applications

يمكن تطبيق هذه النظرية، كتقريب أولي، في تحليل عدد من عمليات تشكيل الصفائح. وقد تم توضيح البعض البسيط من هذه العمليات في الشكل رقم (٩, ٥)، على الرغم من أن هذه ليست بحال من الأحوال كل الحالات التي يمكن مناقشتها، فانه قد تم تحليلها أولاً لتوضيح الأشكال النموذجية لتوزيع حالات الشد، أو محصلات الإجهاد. ويجدر أن تتذكر أن المعادلات المتحكمة تعتمد على المنطقة الخاصة بالمحل الهندسي للخضوع المبين في الشكل رقم (٩, ٥) وأن التوزيعات لظرف تحميل خاص هي دالة بنصف القطر، ولكنها لا تعتمد على شكل الهيكل القشري.



الشكل رقم (٩ ,٥). بعض الأساليب البسيطة المتماثلة المحور التي توضح الأجزاء المشاركة (أو المرافقة) من المحل الهندسي للخضوع.

(١ , ٧ , ٥) توسيع الثقوب Hole expansion

إن كلاً من الشدود المحيطية والزوالية (T_ϕ) و(T_θ) موجب، غير أن $T_\theta > T_\phi$. ويتبع ذلك من المعادلة (٥,٥أ) أن $T_\theta = T$ عند $o < T_\phi < T$ وأيضاً الشد الزوالي يكون صفراً عند نصف قطر الثقب (r_i). وبالتعويض في المعادلة (٨, ٥) نحصل على :

$$d\,T_\phi/dr - (T - T_\phi)/r = o \tag{٥,١٠}$$

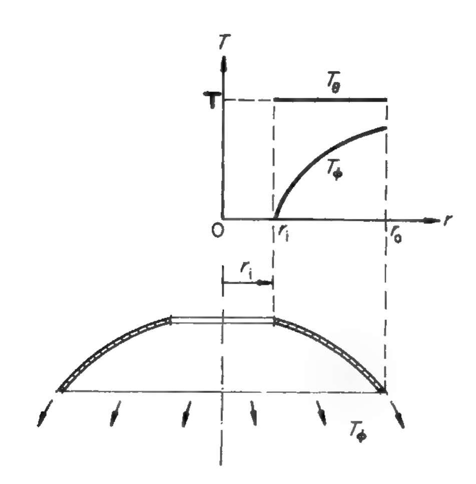
كما أن التكامل يعطينا :

$$-\ln (T - T_\phi) = \ln r + c \tag{٥,١١}$$

ولأن $T_\phi = o$ عند $r = r_i$ فإننا نحصل على :

$$T_\phi = T\,[1 - (r_i/r)] \tag{٥,١٢}$$

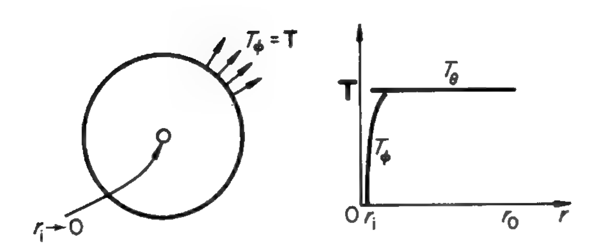
لأي نصف قطر $r > r_i$. وقد تم توضيح هذا التوزيع في الشكل رقم (٥,١٠). وتختلف حالة الإجهاد من الشد الأحادي المحور عند طرف الثقب إلى شد متساوى ثنائي المحور على المحيط.



الشكل رقم (٥, ١٠). توزيع الشدود أو محصلات الإجهاد (T_ϕ) و (T_θ) في توسيع ثقب.

فإذا كان الثقب المركزي صغيراً جداً، أي إذا كان $r_i \to o$، فإن توزيع الشد عندئذ يكون قد تم توضيحه في الشكل رقم (٥ ,١١) حيث انه عبر كل أنحاء الهيكل تقريباً تكون هناك حالة من الشد الثنائي المحور المنتظم ويكون فيه :

$$T_\phi = T_\theta = \mathbf{T}$$



الشكل رقم (١١ ,٥). توزيع الشدود في صفيحة لها ثقب مركزي بالغ الصغر.

ومن المهم ملاحظة أنه لدى القيام بنفخ غشاء دائري بواسطة ضغط هيدروليكي كما هو موضح في الشكل رقم (٥,١٢)، فانه قد ينشأ ثقب في غاية الصغر من بعض العيوب المسبقة الوجود في الصفيحة. ويحدث هذا فقط في المواد الصفيحية البالغة اللدونة والمطيلة ولكن الشكل رقم (١١ , ٥) يوحي بأن مثل هذا الثقب الصغير سوف لا يقلقل بصورة كبيرة توزيع الإجهاد ولا ينتقص من قدرة الغشاء على حمل الحمل. وفي التطبيق العملي، نجد أنه ما لم يزداد الضغط الهيدروليكي إلى ما بعد هذا المستوى، فإن مثل هذا الثقب البالغ الصغر يمكن أن يكون ظاهرة مستقرة.

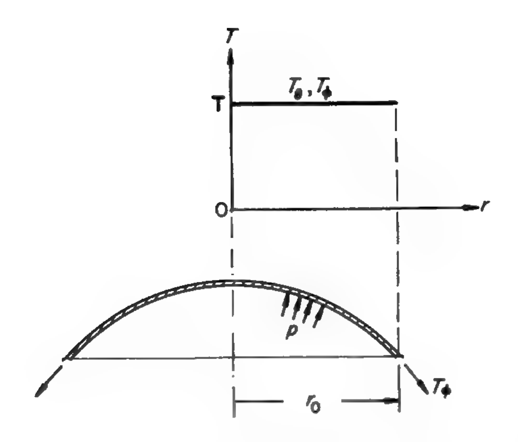
(٢ , ٧ , ٥) الشد الثنائي المحور المنتظم Uniform biaxial tension

هناك حالة أخرى يمكن بحثها، وتكون عندما يتم تطبيق المعادلة (٥, ٥ ب) ويكون الإجهاد الزوالي هو $T_\phi = T$. وفي مثل هذه الحالة يكون (dT_ϕ) صفراً، ويمكن تحقيق المعادلة (٨, ٥) فقط إذا كان:

$$T_\phi - T_\theta = 0$$

أي أن:

$$T_\theta = T_\phi = T \qquad (٥ ,١٤)$$



الشكل رقم (١٢ ,٥). توزيع الشدود في غشاء دائري يتمدد بصورة ثنائية المحور.

وفي هذه النظرية المبسطة يكون توزيع الإجهاد الوحيد الممكن عندما تكون $T_\phi = T$ هو شد ثنائي المحور منتظم كما هو موضح في الشكل رقم (١٢, ٥). ويوفر هذا حلاً تقريبياً لحالة الانتفاخ الهيدروليكي hydraulic bulging المبينة على الجانب الأيمن الأعلى من الشكل رقم (١٩, ٥). أما في الأسلوب الفعلي، وعلى عكس النظرية البسيطة، فإنه بينما تتطلب شروط التماثل أن تكون $T_\phi = T_\theta$ على القطب، فإن الانفعال المحيطي يؤول إلى الصفر نحو الطرف كما أن $T_\theta < T_\phi$.

أما في أسلوب المط (الترقيق thinning) كما ذكر آنفاً فإن من المرجح أن تستخدم مادة تتصلد بالانفعال. ويمكن أن نقوم ببحث مدى صحة الافتراض بأن (T) تساوي ثابتاً بالنسبة لمثل هذه الحالة. وفي الشد الثنائي المحور المتساوي يكون:

$$\sigma_\theta = \sigma_\phi = \sigma = \sigma_f \qquad (٥ ,١٥)$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = -\tfrac{1}{2}\,\varepsilon_3 \qquad (٥ ,١٦)$$

و :

$$\varepsilon = 2\varepsilon_\theta = -\varepsilon_3 \qquad (٥ ,١٧)$$

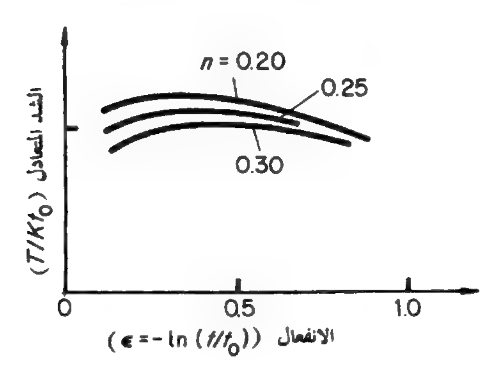
وبما أن $\varepsilon_3 = \ln (t/t_o)$، فإن السماكة الجارية تكون :

$$t = t_o \exp(\varepsilon_3) = t_o \exp(-\varepsilon) \qquad (٥ ,١٨)$$

وللمادة التي تطيع منحنى إصلاد انفعالي حسب القانون الأسي $(\sigma = K\varepsilon^n)$ فإننا نحصل على :

$$T = \sigma t = K t_o \varepsilon^n \exp(-\varepsilon) \qquad (٥ ,١٩)$$

أما شكل هذا المنحنى لمختلف قيم أس الإصلاد الانفعالي strain hardening index فقد تم عرضه في الشكل رقم (١٣ , ٥)، ويمكن ملاحظة أن الافتراض بأن (T) تساوي ثابتاً معقول.



الشكل رقم (١٣ , ٥) رسم بياني يوضح اختلاف الشد (T/Kt_o) مع الانفعال في أساليب الشد الثنائي المحور المتساوية للمواد ذات الدرجات المختلفة من الإصلاد الانفعالي (n).

(٣ , ٧ , ٥) السحب Drawing

في هذا الأسلوب، الموضح في الجانب الأيسر العلوي من الشكل رقم (٥,٩)، يكون الشد الزوالي موجباً ويوجد هناك ضغط محيطي hoop compression. وفي هذه الحالة تطبق المعادلة (٥, ٥ د)، أي أن $T_\phi - T_\theta = T$ وهي صحيحة عند $o < T_\phi < T$ و $T_\theta < o$ والتعويض في المعادلة (٥, ٨) يعطي :

$$d\,T_\phi / dr + T/r = o \qquad (٥ ,٢٠)$$

وبالتكامل، نحصل على :

$$- T_\phi = T \ln r + c$$

وبما أن الشرط الحدودي هو $T_\phi = o$ عند $r = r_o$ فإن :

$$T_\phi = T \ln (r_o/r) \qquad (٥ ,٢١ أ)$$

$$T_\theta = T\,[\ln (r_o/r) - 1] \qquad (٥ ,٢١ ب)$$

وتكون هذه العلاقات صحيحة إذا كانت $-T < T_\theta < o$ حيث تتطبق المعادلة (٥,٥د)، ويتحقق هذا الشرط إذا كانت $(r_o/e) < r < r_o$: أي عندما يكون :

$$r_i \geq r_o/e$$

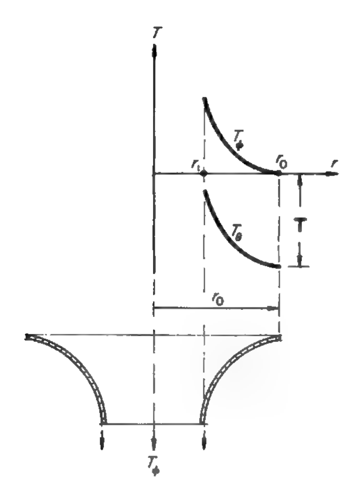
ولذلك فإن لمحصلات الإجهاد التوزيع المبين في الشكل رقم (٥,١٤) حيث عند الحدود الداخلية يكون :

$$(T_\phi)_i = T \ln (r_o/r_i) \qquad (٥,٢٢)$$

(٤ , ٧ , ٥) التفلّج (الاتّساع بشكل جرسي) Flaring

لقد تم توضيح هذا الأسلوب في الجانب الأيمن السفلي من الشكل رقم (٥,٩). ويكون الإجهاد الزوالي إنضغاطياً (سالباً) ولكن الإجهاد المحيطي يكون إجهاد شد. وتطبق المعادلة (٥,٥جـ)، أي أن $T_\theta - T_\phi = T$، وباتباع تحليل مماثل لذلك الآنف الذكر، فإننا نحصل فيما يتعلق بالشرط الحدودي $T_\phi = o$ عند $r = r_o$، على التالي :

$$T_\phi = T \ln (r/r_o) \qquad (٥ ,٢٣)$$



الشكل رقم (٥, ١٤). توزيع الشدود أو محصلات الإجهاد في أسلوب سحب هيكل قشري متماثل المحور.

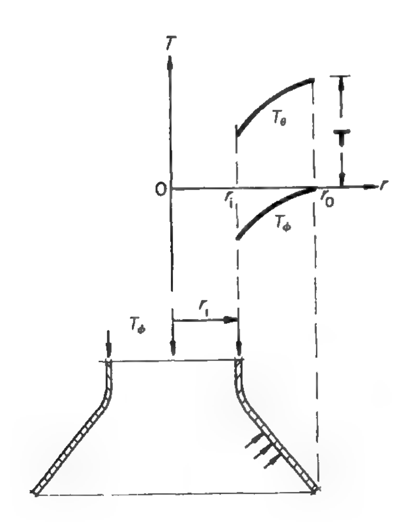
وقد تم توضيح التوزيع في الشكل رقم (٥,١٥). ومن الواضح أن هناك حدوداً لهذا الأسلوب، كما هي الحال في السحب؛ من حيث أن قيمة (T_ϕ) يجب ألا تتجاوز (-T).

(٥ , ٧ , ٥) التخصّر أو تشكل حافة متقدمة (أنفية) Necking or nosing

في الأسلوب الموضح في الزاوية السفلى اليسرى من الشكل رقم (٥,٩) تكون كل من الإجهادات الزوالية والمحيطية انضغاطية ولكن (T_θ) تكون

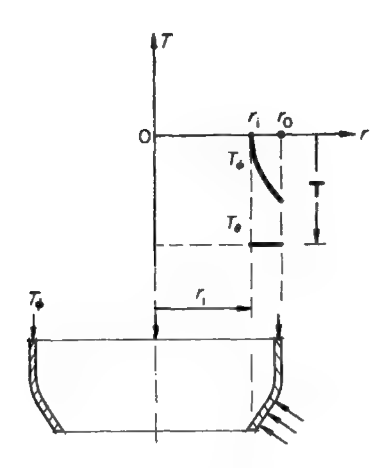
الأكبر في القيمة . وتكون محصلات الإجهاد محكومة من قبل المعادلة (٥, ٥ هـ) وتكون الحالة مماثلة لتوسع الثقب، في الفقرة (١, ٥,٧) المذكورة آنفا، ولكنها انضغاطية في طبيعتها. وللحالة الحدودية $T_\phi = o$ عند $r = r_i$، فإننا نحصل على :

$$T_\phi = - T [1 - (r_i / r)] \qquad (٥,٢٤)$$



الشكل رقم (٥, ١٥). توزيع الشدود في عملية التفليج (التوسيع التدريجي).

وقد تم توضيح التوزيع لمحصلات الإجهاد في الشكل رقم (٥, ١٦).



الشكل رقم (١٦ ,٥). توزيع محصلات الإجهاد في عملية التخصر أو تشكيل حافة متقدمة (أنفية).

(٥,٨) التحليل التزايدي للهياكل القشرية

Incremental analysis of shells

يمكن لتشوه الهيكل القشري في حالة التلامس بسنبك punch جاسئ أن يدرس بصورة أكثر دقة باستخدام تحليل عددي تزايدي . وليس من الضروري استخدام التقريبات المستخدمة أعلاه، كما يمكن إدخال تأثيرات الاحتكاك والاصلاد الانفعالي. وقد تم توضيح عنصرا من هيكل قشري يتشوه بأسلوب متماثل المحور في الشكل رقم (١٧ , ٥) حيث افترض وجود احتكاك "كولومب" Coulomb بين الصفيحة والمعدات. أما حالة التوازن في الاتجاه المتعامد فهي تلك المعطاة في المعادلة رقم (١٧ , ٥) ومع هذا فإنه في الاتجاه الزوالي، نحصل على :

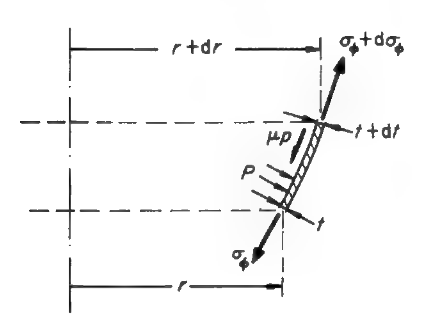
$$(\sigma_\phi + d\sigma_\phi)(t + dt)(r + dr)d\theta -$$

$$\sigma_\phi trd\theta - \sigma_\theta \rho_2 d\phi d\theta \cos\phi - \mu p\rho_2 d\phi rd\theta = o \quad (٥ ,٢٥)$$

وبالتالي فإن :

$$\frac{d\sigma_\phi}{dr} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_\phi}{r} + \frac{\sigma_\phi}{r}\frac{dt}{t} - \frac{\mu p}{t\cos\phi} = 0 \quad (٥ ,٢٦)$$

حيث $dt/t = d\varepsilon_t$ ، هي زياده الانفعال في السماكة . فإذا كانت علاقة الإجهاد-والانفعال للمادة، $\sigma_f(\varepsilon)$ معروفة، فإن إجهاد الانسياب على نصف قطر معين، $\sigma_f(r)$ ، في أية لحظة يمكن تحديده . وباستخدام معادلات التوازن المعطاة، فإن الإجهادات الرئيسة(σ_ϕ) و (σ_θ) يمكن تحديدها.



الشكل رقم (١٧ ,٥). عنصر لهيكل قشري يؤثر عليه ضغط تلامس (p) وإجهاد احتكاك (μp).

وإذا كان $v(r)$ هو توزيع السرعة المماسية، فإن معدل الانفعال الزوالي من المعادلة (١١ ,١) هو :

$$\dot{\varepsilon}_\phi = \frac{dv}{\rho_2 d\phi} = \frac{dv}{dr}\cos\phi \quad (٥ ,٢٧)$$

وبأخذ معدل التغيير في المحيط بعين الاعتبار، فإننا نحصل على :

$$\dot{\varepsilon}_\theta = v/r$$

وبتعويض معدلات الانفعال في قاعدة الانسياب، فإن المعادلة (١,١٦)، تعطينا،

$$\frac{dv}{dr}\cos\alpha = \left(\frac{v}{r}\right)\left(\frac{2\sigma_\phi - \sigma_\theta}{2\sigma_\theta - \sigma_\phi}\right)$$

ومن شرط اللا انضغاطية فإن، :

$$\frac{dv}{dr}\cos\alpha + \frac{v}{r} + \dot{\varepsilon}_t = 0$$

وبالنسبة لزيادة زمنية مفترضة، يمكن الحصول على زيادات الانفعال ($d\varepsilon_r$) و ($d\varepsilon_\theta$) و ($d\,\varepsilon_t$) وكذلك السماكة الجديدة وتوزيع إجهاد الانسياب، أي $t(r)$ و $\sigma_r(r)$ على التوالي . وبهذه الطريقة، يمكن تحديد نمط التشويه الخاص بمنطقة الصفيحة الملامسة للمعدات الجاسئة.

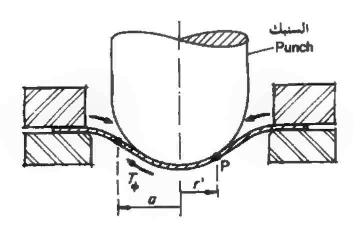
الفصل السادس

المـــط

Stretching

(٦ , ١) مقدمة Introduction

في الأسلوب النموذجي لتشكيل القطع الخام (الغفل) الدائرية، كما هو مبين في الشكل رقم (٦ , ١)، فإن الصفيحة تمط على سنبك بواسطة قوى الشد الزوالية، (T_ϕ) الناشئة عن مقاومة المنطقة الخارجية للتشوه اللدائني فإذا كان موضع النقطة (P) أصلاً على نصف قطر (r) على قطعة التشكيل، كما هو موضح، عندئذ فإن الصفيحة قد مطت على السنبك وأن ($r' > r$) فإذا تشوهت الشفة، فإن المادة ستسحب إلى الداخل وتكون ($r' < r$) وعند دائرة محايدة محددة، يبقى نصف القطر (a) دون تغيير؛ وهذا يقسم قطعة التشكيل إلى منطقه سحب ($r > a$) ومنطقة مط ($r < a$) وقد قمنا في هذا الفصل ببحث وتحليل مختلف أساليب المط. وفي هذه الأساليب يمكن اعتبار الصفيحة قرصاً مقاماً على مفصلة hinge على نصف قطر ثابت (a).



الشكل رقم (٦ , ١). تشكيل قطعة تشكل دائرية.

(٦,٢) انتفاخ غشاء دائري

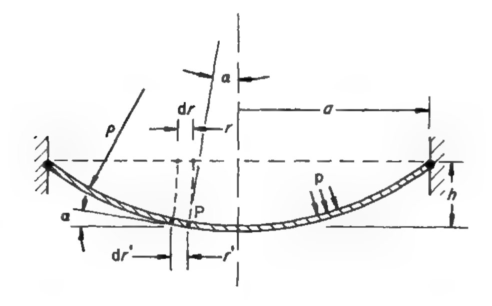
Bulging a circular diaphragm

في الفقـرة رقـم (٢ ,٧, ٥) جـرى بحـث الإجـهاد والقـوة في الغشـاء الدائري الرقيق الذي تشوه بواسطة ضغط الموائع باستخدام نظرية تقريبية .أما هنا فسوف نقوم بدراسة توزيع الانفعال بصورة أولية دون الإشارة إلى قوى التشويه.

(٦,٢,١) توزيع الانفعال Strain distribution

لقد تم توضيح الشكل الهندسي في الشكل رقم (٢, ٦). وقد وجد من التجربة أن شكل الصفيحة المشوهة كروي بصورة قريبة جداً .وفي النقطة (P) عند نصف القطر(r′)، فإن الانفعالات المحيطية والزوالية تكون على النحو التالي:

$$\varepsilon_\theta = \ln (r'/r) \quad ; \quad \varepsilon_\phi = \ln (dr'/dr \cos \alpha) \qquad (٦,١)$$



الشكل رقم (٢ ,٦). نفخ صفيحة دائرية رقيقة بضغط الموائع.

حيث (r) هو نصف القطر الابتدائي للنقطة .وبالتماثل، نجد أن هذه الانفعالات متساوية على القطب .أما في الطرف، فإن الصفيحة تكون مثبتة على مفصلة دائرية بنصف قطر (*a*) ومن الواضح أن الانفعال المحيطي (ε_θ) يكون صفراً .ومع هذا فإن هناك بعض الانفعال الزوالي، ويعتبر من التقريب المقبول افتراض أن حالة مساوية من الانفعال الثنائي المحور موجودة في كل الأماكن، أي أن:

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = -\tfrac{1}{2}\,\varepsilon_t \qquad (٦,٢)$$

ومن المعادلة (١, ٦) :

$$\frac{dr}{r} = \frac{dr'}{r'\cos\alpha} = \frac{\rho dr'}{r'(\rho^2 - r'^2)^{1/2}} \qquad (٦,٣)$$

حيث :

$$\cos\alpha = [1 - (r' - p^2)^{1/2} \qquad (٦,٤)$$

كما أن (ρ) هي نصف قطر انحناء الهيكل القشري .وتكامل المعادلة (٣, ٦) يعطينا:

$$c_1 \ln r = c_2 \ln \frac{r'}{\rho + (\rho^2 - r'^2)^{1/2}} \qquad (٦,٥)$$

وعند الطرف الخارجي، يكون $r = r' = a$، وبالتعويض في المعادلة (٥, ٦) نحصل على:

$$r = r' \frac{\rho + (\rho^2 - a^2)^{1/2}}{\rho + (\rho^2 - r'^2)^{1/2}} \qquad (٦,٦)$$

و :

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \ln(r'/r) = \ln \frac{\rho + (\rho^2 - r'^2)^{1/2}}{\rho + (\rho^2 - a^2)^{1/2}} \qquad (٦,٧)$$

ويحدث أقصى انفعال في القطب حيث $r = r' = o$، ومن المعادلة (٧, ٦) يكون هذا:

$$\varepsilon_{\theta max} = \varepsilon_{\phi max} = ln\frac{2\rho}{\rho+(\rho^2-a^2)^{1/2}} \quad (٦,٨)$$

مع ملاحظة أن:

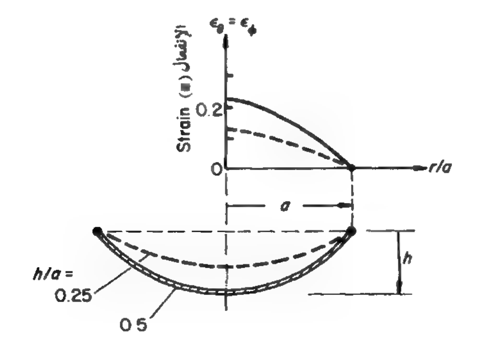
$$h = \rho - (\rho^2 - a^2)^{1/2} \quad (٦,٩)$$

ويمكن كتابة المعادلة (٦,٨) على النحو التالي:

$$\varepsilon_{\theta max} = - \ln [1 - (h/2\rho)] \quad (٦,١٠أ)$$

$$= \ln [1 + (h/a)^2] \quad (٦,١٠ب)$$

حيث $\rho = (a^2 + h^2)/2h$. أما توزيع الانفعال من هذه النظرية المبسطة فقد تم توضيحه في الشكل رقم (٣, ٦) للأغشية التي قد انتفخت إلى عمق يبلغ نسبة ٠,٢٥ و ٠,٥ من مقاس نصف قطر القالب.



الشكل رقم (٣ ,٦). الانفعال الغشائي في صفيحة دائرية تشكلت بحرية بواسطة ضغط الموائع.

(٦ , ٢ , ٢) حالة التوازن Equilibrium condition

لقد افترض أن الانفعالات المحيطية والزوالية متساوية في البند السابق .وبافتراض أيضاً، أن الإجهادات الغشائية متساوية، فإننا نحصل من الفقرة (١ ,٥) على أنه أثناء التشوه اللدائني، يكون:

$$\sigma_f = \sigma = \sigma_\theta = \sigma_\phi \quad ; \quad \varepsilon = 2\varepsilon_\theta = 2\varepsilon_\phi = -\varepsilon_t \qquad (٦ ,١١)$$

حيث إن نسب الإجهاد والانفعال (α) و (β) كلاهما يساويان الوحدة. وانفعال السماكة هو $\varepsilon_t = \ln(t/t_o)$. وعند القطب تكون معادلة التوازن لمن المعادلة [(٥ ,٧)] هي:

$$p = 2\sigma_\theta\, t/\rho = 4\sigma_f\, t\, \frac{h}{a^2 + h^2} \qquad (٦ ,١٢أ)$$

$$= 4\sigma_f\, t_o\, \frac{a^2 h}{(a^2 + h^2)^3} \qquad (٦ ,١٢ب)$$

وحيث من المعادلتين (٦ ,١٠) و (٦ ,١١) يكون:

$$t = t_o \left(\frac{a^2}{a^2 + h^2} \right)^2$$

فإذا كان قانون الإجهاد – والانفعال المعمم للصفيحة معلوماً، أي:

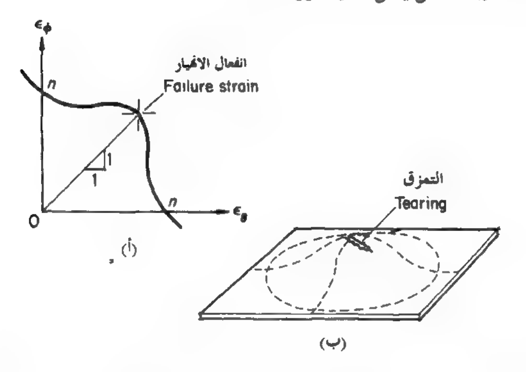
$$\sigma_f = f(\varepsilon) = f\{2\ln[1 + (h/a)^2]\} \qquad (٦ ,١٣)$$

فإن تغير الضغط (p) مع العمق (h) يمكن تحديده.

(٦,٢,٣) انهيار الغشاء Failure of the diaphragm

يجب تناول نمطين من الانهيار .فمسار الانفعال عند $\alpha = \beta = 1$ يكون موجوداً على طول محور القطر الأيمن لمنحنى حد التشكيل الموضح في الشكل رقم (٦,٤) .أما أقصى انفعال فهو موجود في القطب وقد أعطي بواسطة المعادلة (٦,١٠)، وعندما

يصل هذا إلى الانفعال الحدي، فإن الانهيار بالتخصر الموضعي يكون متوقعاً كما تم بيانه .أما إذا أعتبر الغشاء عضو تحميل حمل، كما هو الحال في حاويات الضغط، فإن الانهيار سيعتبر إما تمزقاً، كما هو في الشكل رقم (٦,٤)، أو الوصول إلى أقصى ضغط، أيهما يحدث أولاً .وقد تم إعطاء وصف ومميزات الضغط بواسطة المعادلة (٦,١٢)، وبالتفاضل يمكن تحديد ذروة الضغط.



الشكل رقم (٦, ٤). (أ) مسار الانفعال وانفعال الانهيار الخاص بانتفاخ الصفائح الدائرية المبينة في منحنى التشكل الحدي. (ب) الانهيار الناجم عن التمزق في القطب.

وفي الفصل الخامس، تمت مناقشة الأغشية التي فيها شد الغشاء أو قوة الوحدة $\sigma_f t = T$ بقيت ثابتة أثناء التشوه. وفي مثل هذه الحالة، فإن تفاضل المعادلة (١٢, ٦ أ) يعطي $dp / dh = o$ عند $h = a$، أي انه عندما يكون الهيكل القشري قد انتفخ إلى شكل كروي .ومن المعادلة رقم (١٠ , ٦) يكون الانفعال في هذه اللحظة هو $\varepsilon_{\theta max} = \ln 2 = 0.69$ ومن المحتمل أن هذا سيتجاوز حد الانفعال، أي من المحتمل أن التمزق قد يسبق حدوث أقصى ضغط .وللمادة التي لا تتصلد بالانفعال، أي قيمة σ_f ثابتة، σ_f = constant، فإن مفاضلة المعادلة (١٢, ٦ب) تعطي:

$$\frac{dp}{dh} = 4a^2\sigma_f t_o \frac{a^2 - 5h^2}{(a^2 + h^2)^4} \quad (٦,١٤)$$

وتشير مساواة هذه بالصفر إلى أن الضغط يصل إلى أقصاه عندما يكون:

$$h = \sqrt{1/5}\, a = 0.447a \quad (٦,١٥)$$

ويكون الانفعال في هذه الحالة، من المعادلة (١٠, ٦ب) هو:

$$\varepsilon_\theta^* = \varepsilon_\phi^* = 0.183$$

أي:

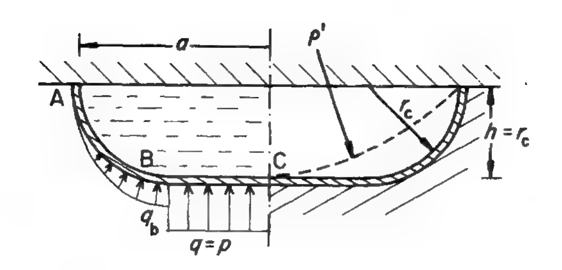
$$\varepsilon^* = -\varepsilon_t^* = 0.365$$

وكما تم بيانه في الفقرة (٨, ٣)، فإن هذا الانفعال قد يكون أقل من الانفعال الحدي الثنائي المحور، ولذلك فقد يأتي أقصى ضغط أولاً، وإذا استمر الانتفاخ فإن التمزق عند القطب سيحدث تحت تأثير الانخفاض في انحدارية (معدل) الضغط .ويتم التحكم في معظم آلات تشكيل المعادن بناءً على الإزاحة بدلاً من القوة، وهي الحالة التي لا يكون فيها الأسلوب غير مستقر بعد أقصى حمل.

(٦,٢,٤) التشكيل بالموائع Fluid forming

تتشكل بعض المركبات المعدنية الصفيحية أحياناً بواسطة ضغط الموائع في قالب أنثى (مجوف) female die كما هو مبين في الشكل رقم (٥, ٦) .ويبين هذا المثال تجويفاً ذا قعر منبسط بنصف قطر زاوي (r_c) وتكون الصفيحة مقامة على مفصلة حول الطرف بنصف قطر مقداره (a) ومشوهة أصلاً بصورة طليقة، كما تمت مناقشة ذلك آنفاً إلى أن أصبحت $h = r_c$ وأصبح الانفعال المركزي، من المعادلة رقم (١٠, ٦)، على النحو التالي:

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \ln\left[1 + (r_c/a)^2\right] \quad (٦, ١٦)$$



الشكل رقم (٥ ,٦). التشكل بالموائع لصفيحة في قالب أنثى (مجوف).

ومع هذا فإن الضغط يعتمد على خصائص المادة، كما هو مبين في الفصل الخامس، حيث افترض أن يبقى الشد أو وحدة القوة الفعالة ثابتة أي أن :

$$\sigma_f t = \mathbf{T} = (\sigma_f t)_o \qquad (\text{١٧ , ٦أ})$$

و :

$$\mathbf{T} = T_\theta = T_\phi \qquad (\text{١٧ , ٦ب})$$

ويكون الضغط، من المعادلة رقم (٧, ٥)، هو :

$$p = t\left\{\frac{\sigma_\theta}{\rho_1} + \frac{\sigma_\phi}{\rho 2}\right\} = \frac{2T}{\rho'} = 4T\left\{\frac{r_c}{a^2 + r_c^2}\right\} \qquad (\text{١٨ , ٦})$$

حيث $\rho' = 2r_c/(a^2 + r_c^2)$. وكلما استمر الضغط، فإن منطقة التلامس ستتحرك إلى الخارج من المركز، كما أن الاحتكاك، عموماً، بين الصفيحة والقالب يكون كافياً لمنع المزيد من المط عندما تكون الصفيحة قد لامست القالب. ويكون التشكيل كاملاً عندما تلامس الصفيحة القالب في (A) حيث أنصاف الأقطار الرئيسة للانحناء تكون $\rho_1 = a$ و $\rho_2 = r_c$ ؛ ويكون الضغط المطلوب هو :

$$p_a = \frac{T_\theta}{\rho_1} + \frac{T_\phi}{\rho_2} = T\left\{\frac{1}{a} + \frac{1}{r_c}\right\} \quad (٦ , ١٩)$$

وفي هذه الحالة يكون ضغط تلامس القالب عند (A) صفراً ؛ ويكون في المناطق الأخرى موزعاً كما هو مبين آنفاً .ومن (C) إلى (B)، فإن $\rho_1 = \rho_2 = \infty$ و $q = p_a$ ؛ وعند (B)، فإن $\rho_1 = \infty$ ، ولكن $\rho_2 = r_c$ وإذا كانت (q_b) هي إجهاد تلامس القالب عندئذ يكون :

$$p_a - q_b = \frac{T}{r_c}$$

و :

$$q_b = p_a - \frac{T}{r_c} = \frac{T}{a} \quad (٦ , ٢٠)$$

(٦ , ٣) المط على سنبك جاسئ

Stretching over a rigid punch

يختلف مط الصفيحة على سنبك كروي عن الانتفاخ الهيدروستاتيكي من عدة نواح .وقد تمت مقارنة الأسلوبين في الشكل رقم (٦, ٦) لقباب ذات أعماق متساوية (h).

وتكون حالة الإجهاد، تبعاً للتحليل التقريبي الوارد في الفقرة (٢, ٧, ٥)، هي نفسها في كل مكان في الصفيحة ؛ ووحدات القوى المحيطية والزوالية فتكون متساوية وثابتة، أي أن :

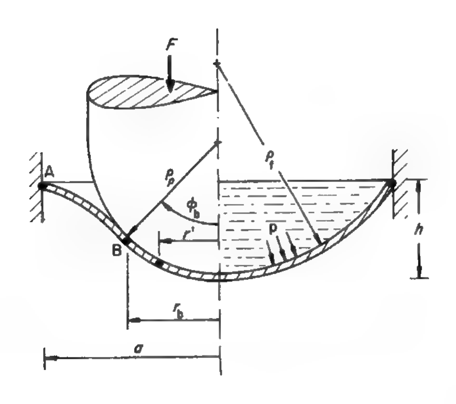
$$T_\theta = T_\phi = T \quad (٦ , ٢١)$$

ولكن الأشكال الهندسية مختلفة .وفي الوقت الذي سيكون الغشاء المشكل بالموائع كروياً تقريباً، وبقطر انحناء مقداره (ρ_f)، فإنه في حالة التشكيل بسنبك نصف كروي بنصف قطر (ρ_p)، ستتكيف الصفيحة مع السنبك في المنطقة :

$$o < r' < r_b$$

وتكون لها نقطة تماس في B . حيث يكون إجهاد تلامس السنبك ثابتاً، ويكون، من المعادلة (٥,٧) هو :

$$q = 2\,T/\rho_p \qquad (٦ , ٢٢)$$



الشكل رقم (٦ ,٦). مقارنة مط (فرد) لصفيحة بسنبك مستدير (يسار) مع المط بضغط الموائع (يمين).

ومن الواضح أنه بما أن $\rho_f > \rho_p$، فإن ضغط تلامس السنبك سيكون أكبر مما هو في الانتفاخ بالموائع أي أن $q > p$.

وفي نقطة التماس، تكون الزاوية الكروية المقابلة المحصورة هي (ϕ_b) والقوة المحورية المبذولة من قبل السنبك على الصفيحة، من المعادلة رقم (٥,٩) هي :

$$F_p = Z = T\,2\pi r_b \sin\phi_b \qquad (٦ , ٢٣أ)$$

$$F_p = T\,2\,\pi\,\rho_p\,\sin^2\phi_b \qquad (٦ , ٢٣ب)$$

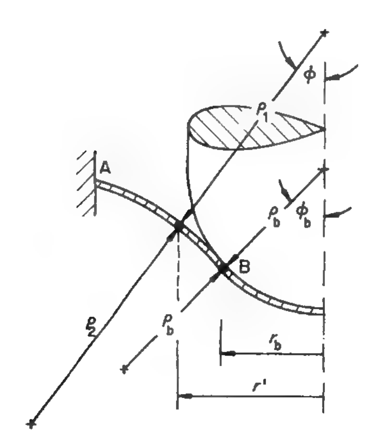
وفي المنطقة غير المدعمة بين (A) و(B) ، يكون الضغط الذي يؤثر على الصفيحة صفراً، وبما أن كلا الشدين الرئيسين متساويين، فانه يتبع ذلك من المعادلة (٧, ٦) أن:

$$\rho_1 = -\rho_2 \qquad (٦ , ٢٤)$$

كما تم توضيحه في الشكل رقم (٧, ٦). وبما أن القوة الرأسية (أو القص العمودي) في المنطقة غير المدعمة يجب أن تبقى ثابتة فإن المرء، من المعادلة (٢٢, ٦) يحصل على أنه في الشكل رقم (٧, ٦) يكون :

$$r' \sin \phi = r_b \sin \phi_b = Z/2\pi T \qquad (٦ , ٢٥)$$

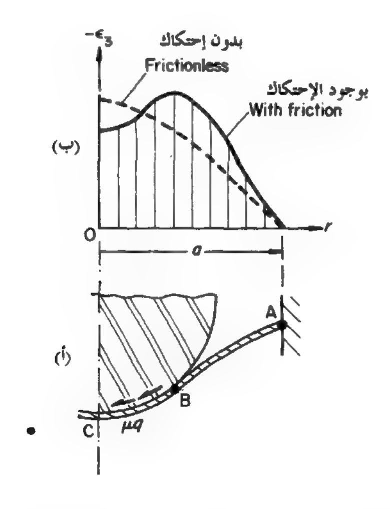
حيث $r_b < r' < a$. وهذا هو ما يحدد شكل المنطقة غير المدعمة برمتها .



الشكل رقم (٧, ٦). علاقات الانحناء لهيكل قشري في المنطقة غير المدعمة.

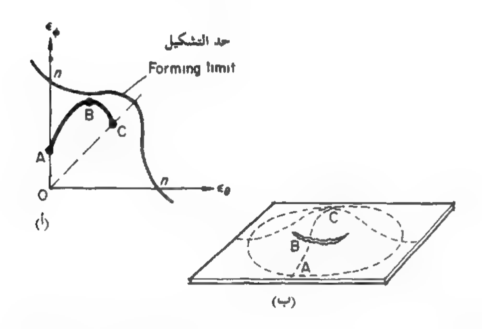
(٦,٣,١) تأثير الاحتكاك Effect of friction

إذا لم يكن هناك احتكاك على السطح بين الصفيحة والسنبك، فإن توزيع الانفعال لعمق مفترض للتشكيل (h). قد يكون من المتوقع أن يمثل حالة التشكيل بالموائع، المبينة في الشكل رقم (٣, ٦). ويعني هذا انه كلما ازدادت إزاحة السنبك، فإن المادة في وسط الصفيحة ستستمر في الانزلاق نحو الخارج على وجه السنبك أثناء التشكيل. وفي وجود الاحتكاك، كما هو مبين في الشكل رقم (٨, ٦)، يتم منع حدوث تطور للانفعال بالقرب من المركز كما يحدث اكبر ترقيق بالقرب من نقطة التماس (B).



الشكل رقم (٨, ٦). قوة الاحتكاك (أ) على سطح السنبك
(ب) التأثير على توزيع الانفعال.

وقد اتضح من التجربة أن حالة الانفعـال لا تكـون مسـاوية لتلك الموجودة في الانفعال الثنائي المحور، ولكن الانفعال الزوالي (ε_ϕ) يصبح أكبر من الانفعـال المحيطي. أما الانفعالات النمطية في الصفائح فقد رسمت في المنحني البياني لحدود التشكيل، الشكل رقم (٩, ٦). ويبين الرسم البياني أن المنطقة الأكثر احتمالاً لتجاوز الانفعال الحدودي أولاً ستكون بقرب خط التماس على السنبك عند (B)، وليس على القطب. وقد لوحظ أنه ما لم يكن التزييت فعالاً جداً، فإن الصفائح ستتخصر حول حلقة دائرية وتتمزق من القطب، كما أشير إلى ذلك في الشكل رقم (٩, ٦ب).



الشكل رقم (٩, ٦) (أ) توزيع الانفعال على سنبك نصف كروي بوجود الاحتكاك.
و (ب) نمط التمزق المحتمل في (A).

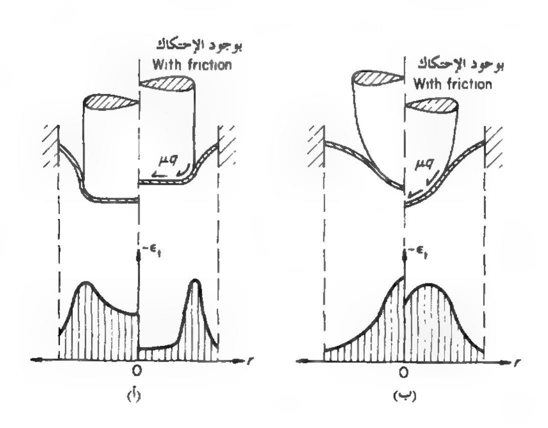
(٦,٣,٢) التحكم في الترقيق Control of thinning

إن توزيع الإجهاد النهائي في مط السنبك سيعتمد على :

- شكل السنبك
- قوى الاحتكاك.
- الإصلاد الانفعالي للصفائح .

والتأثير الأكبر للإصلاد الانفعالي هو تأثيره على منحنى حد التشكيل، ومع ذلك فانه يؤثر على توزيع الانفعال بالإضافة إلى أن الانفعالات تصبح أكثر انتظاماً في المواد ذات الإصلاد الانفعالي الأعلى.

وقد تم توضيح تأثير شكل جانبية السنبك على توزيع الانفعال في الشكل رقم (١٠, ٦). وعلى العموم، فإن الانفعالات العالية تكون مرافقة لمناطق الانحناء العالية في جانبية السنبك، ولكن هذا يكون متأثراً بالاحتكاك. فإذا كان الاحتكاك شديداً، فإن الصفائح تميل إلى الالتصاق بالسنبك ويكون التشويه متمركزاً بالقرب من نقطة التماس وفي المنطقة غير المدعمة .وهذا يمكن أن يقلل عمق السنبك عند الانهيار في حالة السنبك ذي القعر المنبسط، كما في الشكل رقم (١٠ ,٦أ)، ولكنه يزيد في حالة السنبك المستدق الطرف بصورة أكثر كما في الشكل رقم (١٠, ٦ب).



الشكل رقم (١٠ ,٦). توزيعات الانفعال لمختلف حالات الاحتكاك في (أ) سنبك ذو قعر منبسط.
(ب) سنبك مستدق الطرف.

(٤ , ٦) توسيع الثقب Hole Expansion

إن توزيع الإجهاد في مط الصفيحة ذات الثقب المركزي على سنبك قد تمت مناقشته في الفقرة (١, ٧, ٥) ويستخدم هذا الأسلوب كاختبار لدراسة التشقق في الأطراف المقصوصة وكذلك في الأساليب الفنية الصناعية لرفع شفاه حول الثقب، ويطلق أحياناً عليه أسم "بثق الثقوب" Hole extrusion. ويكون توزيع الإجهاد من المعادلات (٥, ٥أ) و (١٢, ٥) هو :

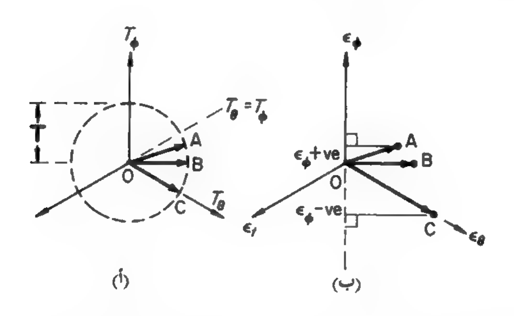
$$T_\theta = T \quad ; \quad T_\phi = T\,[1-(r_c'/r')] \qquad (٦, ٢٦)$$

حيث (r') هو نصف القطر الجاري لنقطة على الهيكل القشري، ويكون (r_c') هو نصف قطر الثقب، كما هو مبين في الشكل رقم (١١, ٦).

الشكل رقم (١١, ٦). أسلوب توسيع الثقب.

(٦, ٤ , ١) أبعاد الشفة Lip dimensions

بناء على الافتراض بأن تكون قوة الوحدة الفعالة ثابتـة، أي أن $\sigma_f t = T$ ، وبالتنـاظر والقيـاس مـع المحـل الهندسـي لخضـوع الإجـهاد المسـتوي في الشـكل رقـم (١,١٨)، فإن المحل الهندسـي لقـوة الوحـدة سيكون على دائرة نصف قطرها (T) ؛ كما أن النقاط على هذا المحل الهندسي المناظرة للنقاط على الصفيحة في الشكل رقـم (٦,١١) قد تم إبرازها في الشكل رقم (١٢, ٦). وفي الطرف الداخلي حيث $r = r_e'$ ، فإن الصفيحة تتشوه في شد آحادي المحور، $T_\phi = o$ ، وعند (B) تكـون الظـروف تقريبـاً انفعالاً مستوياً، أي أن $T_\phi = T_\theta/2$ ، وفي الخارج إلى مدى أبعد تصل حالة الإجـهاد إلى شد ثنائي المحـور، $T_\theta \rightarrow T_\phi$. وكمـا تم بيانـه في الفقـرة (٣, ٣ ,١)، فـإن متجـهات الإجهاد والانفعال في نظام الإحداثيات المائلة تكون متوازية.



الشكل رقم (١٢, ٦). (أ) متجهات وحدة القوة في حيز إحداثيات مائلة لتوسيع الثقب.
(ب) متجهات الانفعال المرافقة.

وفي الشكل رقم (١٢, ٦ب)، فـإن إسـقاط متجـه الانفعـال في المنطقـة (CB) يكون (ϵ_ϕ) سالباً بينما يكون (ϵ_ϕ) موجباً في (BA) ؛ وعلى هـذا فـإن تقريبـاً مقبـولاً

يقضي بأن يكون متوسط (ε_ϕ) صغيراً وان يكون التغيير في الطول النصف قطري في هذا الأسلوب كمية مهملة، أي أن طول القوس (ABC) يبقى ثابتاً. وعلى هذا الأساس، فإننا بمساواة الأطوال (ABC) في الشكل رقم (١٣, ٦) نحصل على :

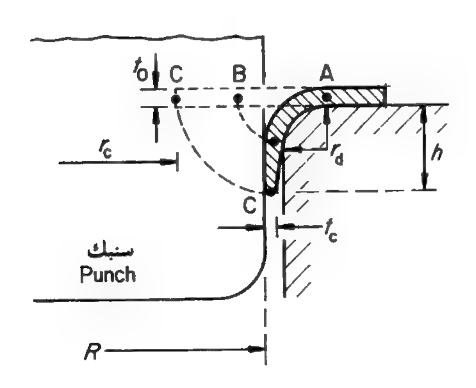
$$R + t + r_d - r_c = \pi[r_d + (t/2)]/2 + h - r_d$$

أو :

$$R + t - r_c - 2r_d - \pi[r_d + (t/2)]/2 = h \qquad (٦, ٢٧)$$

ويكون طرف الثقب خاضعاً لشد أحادي المحور كما هو مبين في الشكل رقم (١٢, ٦ب)، حيث :

$$\varepsilon_\theta = \ln(R/r_c) \quad ، \quad \varepsilon_\phi = \varepsilon_t = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_\theta \qquad (٦, ٢٨)$$



الشكل رقم (١٣, ٦). عمق الشفة في بثق الثقب.

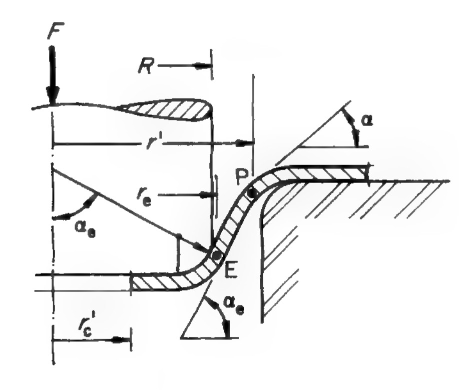
حيث (r_c) و (R) هما أنصاف أقطار الثقب الأولي والنهائي .وبما أن $\varepsilon_t = \ln(t/t_o)$ ، فإن سماكة الشفة تكون :

$$t_c = t_o \ (r_c / R)^{1/2} \quad (٦,٢٩)$$

(٦.٤,٢) حمل السنبك Punch load

في لحظة ما أثناء التشكيل، تكون نقطة التماس على السنبك عند (E) كما هو مبين في الشكل رقم (١٤, ٦) ويكون ميل الصفيحة هو (α_e) وباستخدام المعادلتين (٢٦, ٦) و (٩, ٥) فإن قوة السنبك المحورية تكون :

$$F = \mathbf{T}[1-(r_c^{'}/r_e)]2\pi r_e \sin\alpha_e \quad (٦, ٣٠)$$



الشكل رقم (١٤ ,٦). الرسم التخطيطي للثقب الموسع جزئياً.

حيث $r_e = R + r_p(\sin\alpha_e - 1)$ و r_p هو نصف قطر جانبية السنبك وفي أثناء التشكيل يكـــون $\sin\alpha_e \to 1$ و $R \to r_c'$ ؛ وقد تكبر القوة بصورة أولية بسبب الإصلاد الانفعالي في الصفيحة ولكنها ستقل بعد ذلك . وفي إحدى النقاط (P) في المنطقة غير المدعمة تكون القوة الزوالية هي :

$$T_\phi = T[1 - (r_c' / r')] \qquad (٦,٣١)$$

وميل الصفيحة هو (α)، ولكن القوة المنقولة، $T_\phi 2\pi r \sin\alpha$ ، ما تزال مساوية لقوة السنبك، ولذلك فإنه يستنتج من المعادلة (٦, ٣٠) أن :

$$(r - r_c)\sin\alpha = (r_e - r_c)\sin\alpha_e \qquad (٦,٣٢)$$

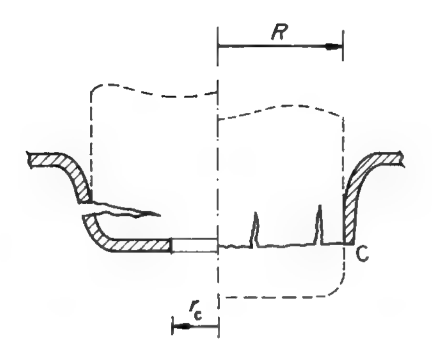
وهذا يحدد شكل المنطقة غير المدعمة .

(٦,٤,٣) الانهيار في توسيع الثقب Failur in hole expansion

كما هو مبين في الشكل رقم (١٢, ٦ب)، فإن نسب الانفعال في توسيع الثقب تتغير من الشد الأحادي المحور في الاتجاه المحيطي عند (r_c'/r') حيث :

$$\varepsilon_\theta = \ln(r_c'/r') \quad ، \varepsilon_\phi = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_\theta$$

إلى ما يقارب الشد الثنائي المحور ($\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi$) بعيداً عن الحافة .وتعتمد قيم هذه الانفعالات على نسبة التوسيع (R/r_c) وخصائص المادة، وشكل السنبك وتأثيرات الاحتكاك .أما في حالات معينة، فقد لا يكون بالإمكان إتمام العملية دون انهيار .وقد تم بيان مثالين على ذلك في الشكل رقم (٦,١٥) .فإذا كان $r_c << R$، فإن الثقب قد لا يتوسع على الإطلاق بواسطة السنبك، بحيث إن المنطقة الواقعة بين السنبك والشفة تكون قد تشوهت إلى أن تمزقت الجدران كما هو مبين في الناحية اليسرى من الشكل رقم (١٥, ٦) . وإذا كانت نسبة التوسيع أقل، فإن حافة الثقب قد تتشكل ولكنها تتمزق كما تم بيانه في الناحية اليمنى من الشكل رقم (١٥, ٦) . ويكون مسار الانفعال في الحافة من نوع الشد البسيط، $\varepsilon_\phi = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_\theta$.



الشكل رقم (١٥ ,٦). أنماط الانهيار الممكنة في توسيع الثقوب.

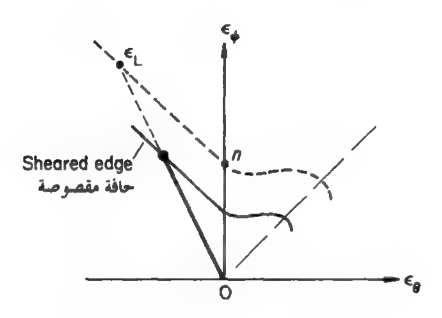
وقد تم توضيح هذا الأمر في الرسم البياني لحد التشكيل في الشكل رقم (١٦, ٦). وسواء كان بالإمكان أو لم يكن توسيع الثقب إلى أن يصل الانفعال إلى الانفعال الحدي (ε_L) فإن ذلك يعتمد على طبيعة حافة الثقب .فمنحنى حد التشكيل هو ذلك الخاص بالصفيحة التي ليس فيها أي تشويه مسبق، ومن الفقرة رقم (٣ , ٦). فإن انفعال الانهيار قد يكون متوقعاً عند :

$$\varepsilon_L = 2n = \ln(r_c / r_c) \qquad (٦ ,٣٣)$$

فإذا تم خرق pierce الثقب بواسطة السنبك والقالب (الذكر والإنثى)، فإن المادة في الحافة قد تتشوه بشدة في عملية القص، ويقل منحنى حد التشكيل كما هو مبين. وكذلك مدى الانفعال المسبق يعتمد على الخلوص الموجودة في قالب الثقب (أي الخلوص بين القالب والسنبك)، ولكن بصورة عامة يكفي القيام بتقليل التوسيع الممكن بحيث يكون :

$$(\varepsilon_\theta)_L << 2n \qquad (٦,٣٤)$$

وقد تزيل مكننة machining الثقوب أو تخليقها (تقوير) broaching المادة المشكلة، وتزيد نسبة التوسيع المسموح بها.



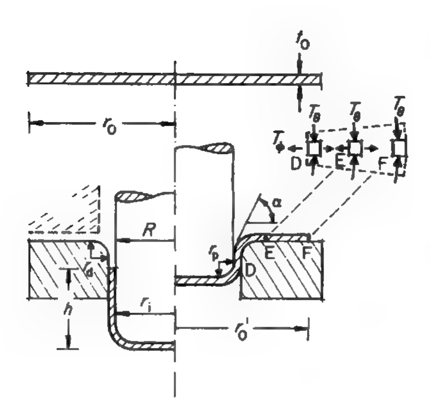
الشكل رقم (٦, ١٦). منحنى حد التشكيل لحافة الثقب.

الفصل السابع

السحب
Drawing

(٧ , ١) مقدمة Introduction

في الشكل رقم (١ , ٦) تم بيان أن منتج المعدن الصفيحي النموذجي له منطقتا تشويه مميزتان . ففي المنطقة المركزية ، يتم مط الصفيحة "نحو الخارج" على سطح السنبك ، أما المنطقة الخارجية فيتم سحبها "نحو الداخل" على القالب. أما في الأجزاء المسطحة (القليلة العمق) حيث تكون الصفيحة قد تشكلت بالمط إلى حد بعيد جداً ، فإن الشفة flange لا تسحب إلاّ جزئياً فقط ، ومن ثم يتم تشذيبها trimmed ، ويكون الهدف هو التحكم بالشد (T_ϕ) حول الحافة للحصول على المط المطلوب على السنبك . أما في السحب العميق deep drawing فإن الشفة تكون قد سحبت إلى الداخل بصورة تامة من أجل تكوين ما يشبه القدح (الفنجان) كما هو مبين في الشكل رقم (١ , ٧) . وفي هذا الأسلوب ، نجد أن قطعة معدنية مستديرة بنصف قطر خارجي (r_o) وسماكة (t_o) قد وضعت بين القالب وأداة الإمساك بالقطعة المعدنية الغفل blankholder . وتسحب لتصبح على شكل قدح بعمق (h) وذلك بسنبك بنصف قطر (R) ويكون نصف قطر وسط جدار القدح (r_1) ؛ ونصف قطر جانبية السنبك (r_b) ، ونصف قطر زاوية القالب (r_d). وقد تم كذلك إيضاح قوى الوحدة في الشفة على النقاط (D) و (E) و (F).

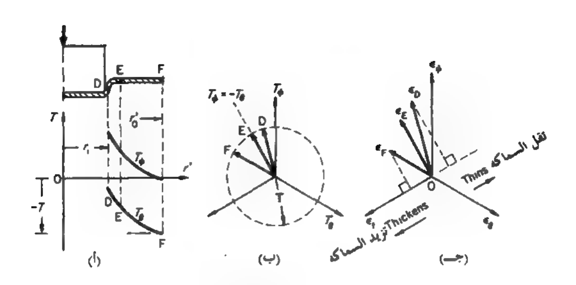


الشكل رقم (١ ,٧). الشكل الهندسي وقوى الوحدة في السحب العميق لقدح أسطواني.

(٢ , ٧) انفعال السماكة في الشفة
Thickness strain in the flange

إن قوى الوحدة في الشفة كانت قد حددت في الفقرة (٣ , ٧, ٥) وتم بيانها في الشكل رقم (٢ ,٧أ). وبافتراض بقاء الشد الفعال، $\sigma_f t = T$، ثابتاً، فإن حالة الإجهاد يمكن توضيحها في حيز الإجهاد المائل كما هو مبين في الشكل رقم (٢, ٧ب) . وقد تم بيان متجهات الانفعال في الشكل رقم (٢ ,٧جـ) كما أن إسقاطها على محور انفعال السماكة قد أعطى $\varepsilon_t = \ln(t/t_0)$.أما على الطرف الخارجي للشفة، فإن حالة الإجهاد هي ضغط أحادي المحور، الذي يكون فيه $T_\phi = 0$ و $T_\theta = -T$. أما معدل الانفعال فهو :

$$\varepsilon_\theta = \ln(r_o'/r_o) \quad ، \quad \varepsilon_\phi = \varepsilon_t = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_\theta \qquad (٧ ,١)$$



الشكل رقم (٢, ٧). (أ) قوة الوحدة في الشفة. (ب) قوة الوحدة.
(جـ) الانفعال في حيز إحداثيات مائل.

حيث (r'_o) هو نصف القطر الخارجي الجاري لقطعة المعدن الغفل blank، ولذلك فإن السماكة ستزداد، أي أن :

$$\varepsilon_t = -\tfrac{1}{2}\ln(r'_o / r_o) \qquad (٧ ,٢)$$

أو :

$$t = t_o(r_o / r'_o)^{\frac{1}{2}} \qquad (٧ ,٣)$$

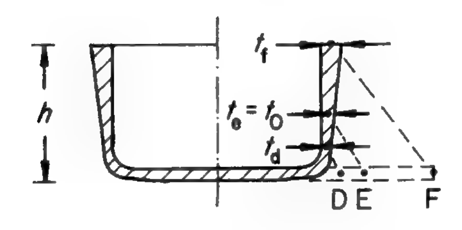
وعند نصف القطر الداخلي (r_i)، يوضح الشكل رقم (٢, ٧جـ) أن انفعال السماكة سالب وأن الصفيحة سترقق (أي تصبح أقل سماكة).

(٣ , ٧) سماكة جدار القدح Cup wall thickness

عندما تكون الشفة قد سحبت فوق نصف قطر زاوية القالب (r_d) فإنها تحنى bent وتقوَّم unbent تحت تأثير فعل الشد $T_\phi = \ln(r'_o/r_i)$. وكما تم بيانه في الفقرة (٤, ١١)، فإن هذا سيحدث الترقيق، ويصبح هذا الترقيق أكثر مع تزايد الشد وانحناء زاوية القالب، أي مع "نسبة سحب" drawing ratio كبيرة (r_o/R)، ونسبة انحناء صغيرة

(r_d/t). فإذا كان نصف قطر زاوية القالب أكبر من ($8t_o$) وكانت نسبة السحب معتدلة، فإن هذا الترقيق قد يكون كمية مهملة .أما في حالة القدح المسحوب بصورة تامة والموضح في الشكل رقم (٣, ٧) فإن سماكة شفة القدح، من المعادلة (٣, ٧) ستكون عندئذ :

$$t_f = t_o(r_o / r_i)^{1/2} \quad (٧ ,٤)$$



الشكل رقم (٣, ٧). سماكة الجدار في قدح السحب العميق.

وفي الجزء الأدنى إلى الأسفل في (E) حيث $T_\theta \approx -T_\phi$، فإن السماكة لا تتغير، أي أن :

$$t_e \cong t_o \quad (٧ ,٥)$$

بينما بالقرب من القاعدة فإن

$$t_d < t_o$$

أما عند (D)، فإن عنصر المادة يكون خاضعاً لكل من الحني والفرد على نصف قطر القالب والحني على نصف قطر جانبية السنبك ؛ وفيما يتعلق بنسب السحب الكبيرة، فإن التخصر الموضعي قد يلاحظ في هذه النقطة كما ستتم مناقشة ذلك في الفصل القادم . ويبين القياس أن متوسط سماكة الجدار (t_m) هي ضمن النطاق :

$$0.94\, t_o < t_m < 1.04\, t_o$$

وعادة يتم التقريب بحيث يكون متوسط سماكة الجدار مساوياً للسماكة الأولية أي أن :

$$t_m = t_o \qquad (٧ ,٦)$$

(٧ , ٤) ارتفاع القدح Cup height

من الشائع القيام بالتقريب فيما يتعلق بأساليب السحب، حيث يقتضي هذا التقريب، المأخوذ من المعادلة (٦, ٧) اعتبار أن إجمالي مساحة قطعة الشغل لا يتغير أثناء السحب . وهكذا، فإن ارتفاع القدح (h)، في الشكل رقم (٣, ٧) يمكن حسابه من نصف قطر قطعة المعدن الغفل والشكل الهندسي للسنبك . فإذا اعتبر نصف قطر جانبية السنبك (r_p) كمية مهملة، فإن مساحة القدح المسحوب عندئذ هي :

$$\pi r_i^2 + 2\pi r_i h = \pi r_o^2$$

أي أن :

$$h = (r_o^2 - r_i^2)/2r_i \qquad (٧ ,٧)$$

(٧ , ٥) قوة السنبك ونسبة السحب الحدية
Punch force and limiting drawing ratio

في أية لحظة أثناء السحب، كما هي الحال في الناحية اليمنى من الشكل رقم (١ , ٧)، تكون وحدة القوة نصف القطرية عند نصف القطر الداخلي (r_i)، بموجب المعادلة (٢٢, ٥) هي :

$$T_\phi = \mathrm{T}\ln(r_o'/r_i) \qquad (٧ ,٨)$$

ولا يمكن لوحدة القوة هذه أن تتجاوز قوة الخضوع في الجدار، أي أن :

$$T_\phi \leq T \qquad (٧ ,٩)$$

ولذلك فإن أكبر حجم للقطعة المعدنية الغفل الذي يمكن أن يسحب يكون مقيداً بالشرط التالي :

$$\ln (r_o/r_i) \leq 1 \qquad (٧,١٠)$$

وهكذا فإن نسبة السحب الحدية H_{max} تكون :

$$H_{max} = (r_o/r_i)_{max} = e = 2.72 \qquad (٧,١١)$$

ومن المعادلة (٧,٧) فإن اكبر عمق يمكن إنتاجه في سحبة واحدة من الناحية النظرية هو :

$$h_{max} = \frac{r_i}{2}\left[\left(\frac{r_o}{r_i}\right)^2_{max} - 1\right]^{1/2} \qquad (٧,١٢)$$

وبسبب الاحتكاك وتأثيرات الحني والفرد ، فإن هذا يتجاوز أقصى عمق حقيقي. وتكون نسبة السحب الحدية أدنى بصورة كبيرة من ٢,٧٢ كما أن أسباب هذا التفاوت سيتم فحصها وتقصيها في البنود اللاحقة.

(٧ , ٦) تأثير احتكاك ماسك القطعة المعدنية الغفل

Effect of blankholder friction

في السحب العميق ، ما لم تكن الصفيحة سميكة جداً ، فإن الشفة ينبغي أن تمسك منبسطة على القالب بواسطة ماسك القطعة المعدنية من أجل منع التغضن wrinkling. وقد يوضع ماسك القطعة المعدنية على مسافة محددة من القالب (أكبر من t_o لتتيح مجالاً للسماكة) أو بصورة أعم توجد هناك قوة ثابتة لماسك قطعة المعدن (B) وهي التي يتم تطبيقها . وبما أن معظم زيادة السماكة تحدث عند الطرف ، فإن قوة الاحتكاك نصف القطرية الناجمة عن (B) تؤثر هناك ، كما هو موضح في الشكل رقم (٧ , ٤).

وتكون قوة الاحتكاك على كل جانب من جوانب القطعة المعدنية الغفل هي (μB) حيث (μ) هي معامل احتكاك "كولومب" ويكون هذا موزعاً على محيط طوله ($2\pi r'_o$). ويكون هذا مساوياً لشد حدودي مقداره :

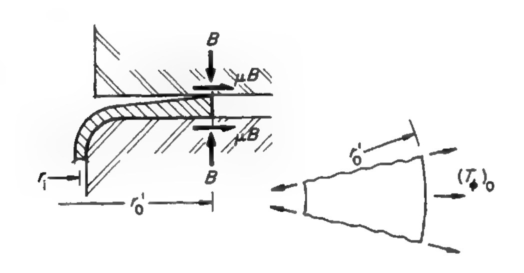
$$T_{\phi o} = (2\mu B)/(2\pi r'_o) = (\mu B)/(\pi r'_o) \quad (٧, ١٣)$$

وتكامل المعادلة (٢٠, ٥) يعطي :

$$T_\phi = - T \ln r + c \quad (٧, ١٤)$$

وتحقيقاً للشروط الحدودية، حيث $T_\phi = T_{\phi o}$ عند $r = r'_o$، فإننا نحصل على :

$$T_\phi = T \ln(r'_o / r) + \mu B / \pi r'_o \quad (٧, ١٥)$$



الشكل رقم (٤, ٧). قوى احتكاك ماسك القطعة المعدنية الغفل.

وينبغي أن تكون قوة ماسك القطعة المعدنية الغفل كافية بالضبط لمنع التغضن، وتبين التجربة أن متوسط الضغط المناسب على الشفة يبلغ ١-٢٪ من إجهاد الانسياب للصفيحة (σ_f) . وبالتعبير عن هذا على هيئة كسر (λ) فإن قوة ماسك القطعة المعدنية الغفل يمكن أن تكتب على النحو التالي :

$$B = \lambda \sigma_f \pi (r_o'^2 - r_i'^2)$$

ومن المعتاد الإبقاء على هذه القوة ثابتة، ولذلك فإن :

$$B = \lambda \sigma_f \pi r_i^2 [(r_o / r_i)^2 - 1] \quad (٧, ١٦)$$

حيث، كما تم بيانه، تكون : $0.01 < \lambda < 0.02$.

(٧ , ٧) الحني والتقويم على نصف قطر القالب

Bending and unbending at the die radius

في الفقرة (٤ , ١١) تم بيان أنه من أجل سحب شريحة على نصف قطر قالب تحت شد مقداره (T_o) فإن هناك زيادة في الشد مقدارها :

$$\Delta T_{ب} = (T/4)(t/\rho)[1+(T_{ب}/T)^2] \quad (٤,١٦)$$

وعلى نصف قطر ركن القالب، فإن $\rho = r_d + (t/2)$ ، ويكون الشد (T_ϕ) تقريباً. وفي النهاية الحدية ، يكون هذا الشد مساوياً (T)، ولكن بصورة عامة سيكون أقل بكثير. وللتبسيط فإننا ، إذا أهملنا $(T_o/T)^2$ ، فإن الزيادة في الشد في الحني والمد فوق نصف قطر ركن القالب تكون ($2\Delta T_o$) تقريباً ، أي أن :

$$\Delta T_\phi \approx Tt/[2r_d + t_o] \quad (٧ ,١٧)$$

(٧ , ٨) الاحتكاك على نصف قطر القالب

Friction at the die radius

إذا تم سحب شريحة على أسطوانة كما هو مبين في الشكل رقم (٥, ٧)، فإن ضغط التلامس من المعادلة (٥, ٧) يكون $p = T_\phi/\rho$. ويكون التغير في الشد الناجم عن الاحتكاك (ΔT_ϕ) على قوس طوله ($\rho d\phi$) هو :

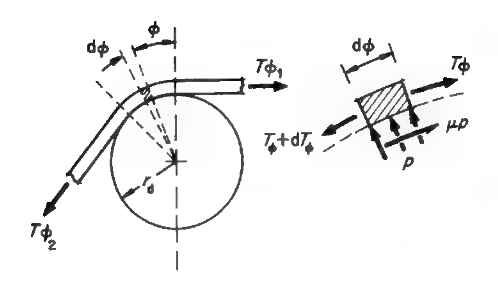
$$\Delta T_\phi = \mu p \rho d\phi = \mu T_\phi d\phi \quad (٧ ,١٨)$$

وتكامل المعادلة (١٨ , ٧) يعطي :

$$\int_{T_{\phi 1}}^{T_{\phi 2}} dT_\phi / T_\phi = \int_0^{\phi} \mu d\phi$$

أي أن :

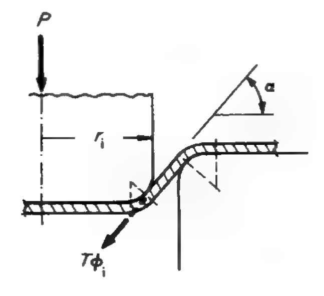
$$T_{\phi 2}/T_{\phi 1} = \exp(\mu\phi) \quad (٧ ,١٩)$$



الشكل رقم (٥, ٧). تأثير الاحتكاك في جر (سحب) شريحة ذات وحدة (في المساحة) علـى أسـطوانة خشنة.

ويقارب الوضع عند نصف قطر ركن القالب في الشكل رقم (٦, ٧) ذلك الموجود في الشكل رقم (٥, ٧)، ولذلك فإن الشد الذي يكون قد ازداد بسبب الاحتكاك هو :

$$T_{\phi_i} = T_{\phi} \exp(\mu\alpha) \qquad (٧, ٢٠)$$



الشكل رقم (٦, ٧). قوة السنبك في السحب العميق.

(٩ , ٧) قوة السنبك Punch force

في البنود اللاحقة سيطلق على إجمالي قوة الوحدة على السنبك عند $r = r_i$ في الشكل رقم (٦ , ٧) T_f. ويمكن اعتباره الشد المطلوب لسحب الشفة مع وجود احتكاك ماسك قطعة المعدن الغفل، المعادلات (١٥ , ٧) و (١٦ , ٧) زائداً الشد المضاف للتغلب على الحني والمد، والمعادلة (١٧ ، ٧) مضروبة بالمعامل $\exp(\mu\alpha)$، الوارد في المعادلة (٢٠ , ٧).

وفي بداية السحب، حيث نسبة السحب الأولية هي :

$$H_o = r_o/r_i$$

وإجهاد الإنسياب والسماكة هو $(\sigma_f)_o$ و t_o في كافة نواحي الشفة، فإن وحدة القوة المطلوبة للبدء في الانسياب اللدائني يمكن أن يعبر عنها على النحو التالي :

$$T_{fy} = (\sigma_f)_o\ t_o\left[\ln H_o + \frac{\mu\lambda(H_o^2 - 1)}{(t_o/r_i)H_o} + \frac{t}{2r_d + t}\right] \qquad (٧ , ٢١)$$

وتكون الزاوية (α) صفراً بصورة أولية، وبذلك لا يكون هناك احتكاك على نصف قطر القالب، وتكون قوة السنبك (P) صفراً.

وفي عملية السحب اللاحقة، يتغير انفعال السماكة والإصلاد الانفعالي في كل أنحاء الشفة، كما أن $T = \sigma_f t$ لا يكون ثابتاً. وتتطلب هذه الحالة، طريقة عددية من اجل حساب وحدة الشد، الذي يجب أن يأخذ في حسابه تغير الإجهاد والسماكة ونسبة السحب.

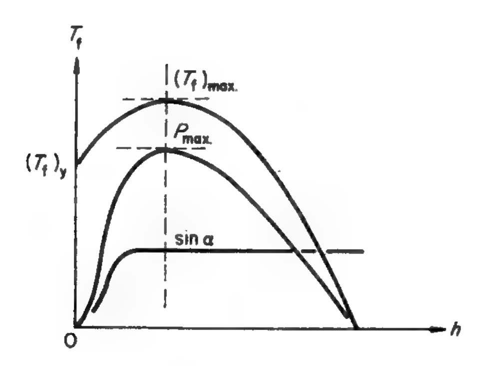
وأثناء سحب الشفة لمادة تتصلد بالانفعال فإن (σ_f) ستزداد وأيضاً معدل السماكة .كذلك فإن الزاوية (α) ستزداد أثناء القيام بهذه العملية، محدثة زيادة في احتكاك نصف قطر القالب، حسب المعادلة (٢٠ , ٧). وهذا، بالإضافة إلى التأثيرات الأخرى الآنفة الذكر، يؤدي بصورة أولية إلى زيادة في قوة الوحدة الإجمالية (T_f)، ولكن بما أن نسبة السحب (r'_o/r_i) تزداد بصورة متواصلة، فإن (T_f) ستصل إلى الحد

الأقصى (T_{fmax})، كما هو مبين في الشكل رقم (٧, ٧) . ويمكن التعبير عن هذه القوة القصوى على النحو التالي :

$$T_{fmax} = q_f T_{fy} \exp[(\mu\pi)/2] \quad (٧ ,٢٢)$$

حيث (q_f) عامل يأخذ في الحسبان التأثير الصافي للعوامل الآنفة الذكر، كما أن $\exp(\mu\pi/2)$ يتضمن احتكاك نصف قطر القالب عندما تكون $\alpha = \pi/2$.
وقوة السنبك (P)، تعطى كالتالي :

$$P = 2\pi r_1 T_f \sin\alpha \quad (٧ ,٢٣)$$



الشكل رقم (٧, ٧). قوة الوحدة ($T_{\phi f}$) وحمل السنبك (P) مقابل الإزاحة (h).

وهي تتغير مع إزاحة السنبك كما هو مبين في الشكل رقم (٧,٧). فإذا وصلت الزاوية (α) إلى (π/2) قبل ($T_f = T_{fmax}$) فإن أقصى قوة للسنبك عندئذ يمكن أن تكتب على النحو التالي :

$$(٧,٢٤)\quad P_{max} = 2\pi r_i q_f \sigma_{fo} t_o \left[\ln H_o + \frac{\mu\lambda(H_o^2+1)}{(t/r_i)H} + \frac{t}{2r_d + t} \right] \exp\frac{\mu\pi}{2}$$

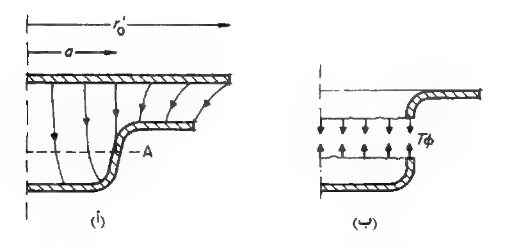
وكما تمت المناقشة في الفقرة (٧, ٥)، فإن شدة الوحدة الأقصى في الجدار (T_{fmax}) لا يمكن أن تتجاوز تحمل قوة الجدار (T_{bmax}) وستتم مناقشة العوامل التي تؤثر على (T_{bmax}) في الفصل القادم. وتبين التجربة أنه فيما يتعلق بالقيم النموذجية للاحتكاك والشكل الهندسي geometry في السحب العميق، فإن حد نسبة السحب الذي تصل فيه (T_{fmax}) فقط إلى (T_{bmax}) بالضبط، تكون نموذجية عندما تكـون (H_o) حـوالي ١,٩ إلى ٢,٢.

المط والسحب

Stretching and drawing

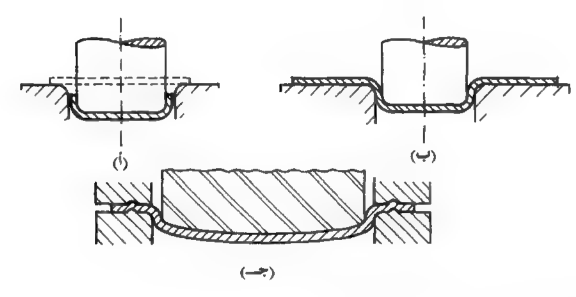
(١ , ٨) مقدمة Introduction

في الشكل رقم (١ , ٦) تم بيان أنه في عملية التشكيل النموذجية تقسم الصفيحة إلى منطقة مط ومنطقة سحب. وفي السحب العميق، يبين الخط الذي يمر عبر (A) في الشكل رقم (١ , ٨) النقاط في قطعة المعدن الغفل blank التي يبقى نصف القطر عندها دون تغيير؛ وتحت (A)، يتم مط الصفيحة على السنبك بينما فوق (A)، يتم سحب المادة إلى داخل القالب. أما الشد أو قوة الوحدة في (A)، فقد بينها الشكل رقم (١ , ٨ب)، ومن الواضح أن هناك توازناً بين القوة التي تقاوم بها الشفة عملية السحب والقوة المستخدمة في المط.



الشكل رقم (١ ,٨). (أ) مناطق المط والسحب العميق. (ب) قوة الوحدة القصوى.

وفي هذا الفصل، نقوم بفحص هذه العلاقة بين السحب والمط بصورة أكثر دقة. ففي السحب العميق، تنشأ قوة الشد (T_d)، أساساً من مقاومة سحب الشفة والتي هي، كما في المعادلة (٢٢, ٥)، متناسبة مع $\ln (r'_o/r_i)$ حيث (r'_o/r_i) هي نسبة السحب الدارجة. فعندما تكون هذه صغيرة، كما هي الحال في الشكل رقم (٢, ٨أ)، فإن القوة المتولدة تكون صغيرة، ويكون هناك مط قليل جداً على السنبك. وكلما ازدادت نسبة السحب، فإن المط سيزداد، ولكن كما تم بيانه في المعادلة (٢٤, ٧) فإن هناك "نسبة سحب حدية" لا يمكن لقطعة المعدن الغفل بعدها أن تسحب بصورة تامة. ويمكن أن يتشكل جزء أكبر، يطلق عليه اسم "الجزء ذو الشفة الواسعة" wide flanged، كما في الشكل رقم (٢, ٨ب)، حيث لا تسحب الشفة بصورة كاملة إلى داخل القالب.



الشكل رقم (٢, ٨). (أ) سحب قدح قليل العمق.
(ب) جزء واسع الشفة.
(جـ) لوح مشكل بالمط قليل العمق.

وفي مثل هذه العملية، يتم تحقيق التشكيل في معظمه بواسطة المط على السنبك ويجب إيقاف العملية قبل الانهيار نتيجة لحصول التخصر الموضعي في الجدار. أما في الأجزاء القليلة العمق، حيث يكون الشكل هاماً، مثل ما هو حادث في الألواح

الخارجية لأجسام السيارات، فإن التحكم الدقيق في الشكل يتم تحقيقه فقط عن طريق مط الصفيحة على وجه السنبك، بأكمله. وغالباً ما تكون هذه الأجزاء مستطيلة الشكل، والقوة المطلوبة لا يتم الحصول عليها من سحب الشفة، بل بواسطة فعل تحدبات السحب drawbeads كما هو مبين في الشكل رقم (٢, ٨جـ).

(٢ , ٨) المط على سنبك أسطواني
Stretching over a cylindrical punch

(١ , ٢ , ٨) تأثير ضغط التلامس Effect of contact pressure

لقد تم الفرض، كما هي الحال في الفقرة (٢ ,٧ ,٥) ، أن يكون الشد الثنائي المحور موجوداً في منطقة المط، أي :

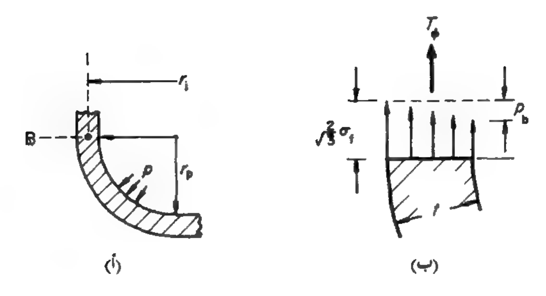
$$T_\theta = T_\phi = T \qquad (٨ ,١)$$

وذلك إذا كان الشد كافياً لإحداث التشوه اللدن والمط على المنطقة بأكملها. وإذا كانت نسبة الحني (r_p/t)، على نصف قطر جانبية السنبك صغيرة، كما هي الحال في الشكل رقم (٣, ٨)، فإن ضغط التلامس قد يكون كافياً للتأثير على الخضوع، أي أن افتراض وجود الإجهاد المستوي لم يعد صحيحاً. ومن المعادلة (٧, ٥) حيث $\rho_1 = r_p$ و $\rho_2 = r_i$ ، فإن إجهاد التلامس في (B) هو :

$$p_b = T\{(1/r_i)+(1/r_p)\} \qquad (٨ ,٢)$$

فإذا كان ضغط التلامس كمية مهملة، وبافتراض أن الصفيحة قد تشوهت بانفعال مستو، أي $d\varepsilon_\theta = o$ ، فمن الفقرة رقم (٥, ١)، فإن قوة الوحدة (T_ϕ) ستكون :

$$T_\phi = (2/\sqrt{3})\sigma_f t \qquad (٨ ,٣)$$



الشكل رقم (٣ ,٨). (أ) ضغط التلامس على نصف قطر جانبية السنبك.
(ب) توزيع الإجهاد.

وإذا كان متوسط الإجهاد عبر السماكة (σ_3) هو ($p_b/2$)، كما هو موضح في الشكل رقم (٣, ٨ب)، فإن قوة الوحدة عندئذ ستختصر إلى :

$$T_\phi = \left\{\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_f - \frac{p_b}{2}\right\} t \qquad (\text{٨ ,٤})$$

وبدمج المعادلتين (٤, ٨) و (٢, ٨) فإننا نحصل على :

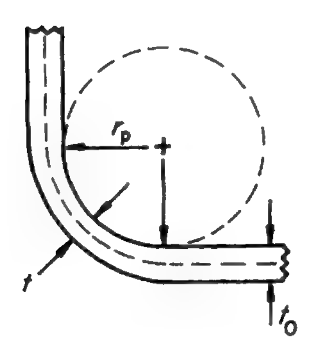
$$T_\phi \approx \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_f t\left\{1 - \tfrac{1}{2}\left(\frac{t}{r_i} + \frac{t}{t_p}\right)\right\} \qquad (\text{٨ ,٥})$$

(٢ , ٢ , ٨) الترقيق عند نصف قطر الركن

Thinning at the corner radius

لأن حني الصفيحة يتم تحت تأثير الشد على نصف قطر جانبية السـنبك ، فإنه يتم ترقيقها أيضاً. وبافتراض أن الطبقة المحايدة تقع على السطح الداخلي كما هو مبين في الشكل رقم (٤ , ٨)، فإننا نحصل على :

$$t_o r_p r_t \approx t \left\{ r_p + (t/2) \right\} \left\{ r_t + (t/2) \right\} \qquad (٨ , ٦)$$



الشكل رقم (٤ ,٨). الترقيق عند نصف قطر جانبية السنبك.

لوبما أن مساحة سطح الدوران للطارة torus هو $4\pi^2 Rr$ ، حيث $r = r_p$ و $R \approx r_t$]، فمن المعادلة (٦ , ٨) نجد أن:

$$t \approx \frac{t_o}{1 + ½\left(\dfrac{t}{r_t} + \dfrac{t}{r_p}\right)} \qquad (٨ ,٧)$$

وبدمج المعادلتين (٥, ٨) و (٧, ٨) وكتابة $T = \sigma_f t_o$، فإننا نحصل على :

$$T_\phi = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_f t_o \frac{\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{t}{r_i} + \frac{t}{r_p}\right)\right]}{\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{t}{r_i} + \frac{t}{r_p}\right)\right]}$$

$$T_\phi \approx \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_f t_o \left\{1 - \frac{t}{r_i} - \frac{t}{r_p}\right\} \quad (٨ ,٨)$$

والتي تبين الانخفاض في متانة جدار القدح عند هذه النقطة الناجم عن تأثيرات كل من ضغط التلامس والترقيق.

(٣ , ٢ , ٨) الاحتكاك على جانب السنبك Friction at the punch side

إذا كان جدار القدح في حالة خضوع، عندئذ، على طول جانب السنبك لمسافة (h_w)، كما هو مبين في الشكل رقم (٥, ٨)، يجب أن يكون هناك تشوه في انفعال مستو حيث :

$$d\varepsilon_\theta = \beta d\varepsilon_\phi = 0$$

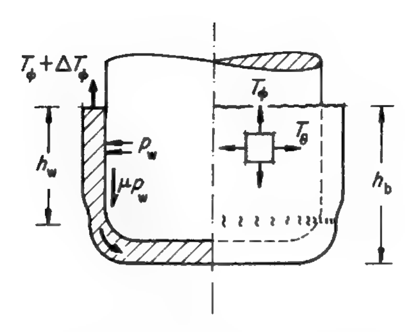
ويتبع ذلك، من المعادلة (٣٤, ١)، أن يكون :

$$T_\theta = T_\phi/2$$

ويكون ضغط التلامس على جدار السنبك، من المعادلة (٧, ٥)، على النحو التالي:

$$p_w = \frac{T_\theta}{\rho_1} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{T_\phi}{r_i}\right) \quad (٨ ,٩)$$

حيث : $\rho_1 = r_i$ و $\rho_2 = \infty$.



الشكل رقم (٥, ٨). الاحتكاك على جانب السنبك.

فإذا كان الاحتكاك بين الأسطح هو (μp_w) ، فإن معادلة التوازن الخاصة بوحدة عرض محيطية للجزء الأسطواني من القدح ستكون :

$$T_\phi + \Delta T_\phi - h_w \mu p_w - T_\phi = o \quad (٨ , ١٠)$$

أي :

$$\Delta T_\phi = \frac{\mu h_w}{2r_t} T_\phi \quad (٨ , ١١)$$

وتكون المنطقة المركزية للقدح قد تم لفها بصورة متتالية ومطت حول السنبك كما هو مبين في الشكل رقم (٦ ,٨أ). وستزيد قوة الوحـدة في قعر القـدح (T_ϕ)، من القيمة المطلوبة لبدء انسياب لدن (T_{yb})، إلى قيمة قصوى (T_{bmax}) وذلك عندما يحدث الانهيار بسبب التخصر الموضعي، كما في الشكل رقم (٨,٦ب). ويحدث هـذا التخصر عادة في أعلى نصف قطر جانبية السنبك حيث يكون اعظم ترقيق، كما هـو مبين في الشكل رقم (٥, ٨). وهكذا فانه ستكون هناك علاقة مميزة تربط بين الشد (T_ϕ) وعمق القـدح في المنطقـة المشكلة بالمط، ويعتمـد ذلك على الإصلاد الانفعـالي للصفيحـة،

والاحتكاك على جدار السنبك والشكل الهندسي للسنبك .ويكون إجمالي قوة الوحدة، من المعادلات (٨, ٨) و (١١, ٨) هو :

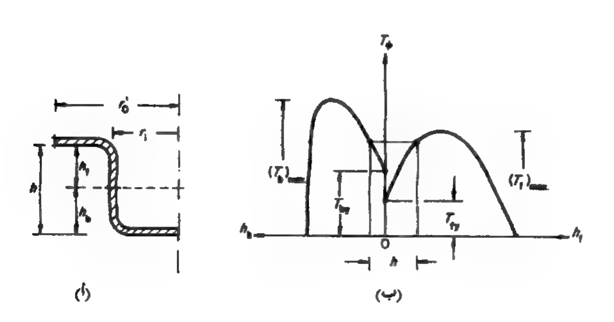
$$T_{\phi b} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_f t_o \left\{ 1 - \frac{t}{r_p} - \frac{t}{r_t} + \frac{\mu h_w}{2r_t} \right\} \qquad (٨ ,١٢)$$

(أ) (ب)

الشكل رقم (٦, ٨). تغير قوة الوحدة ($T_{\phi b}$) مع العمق h_b لمنطقة مشكلة بالمط.

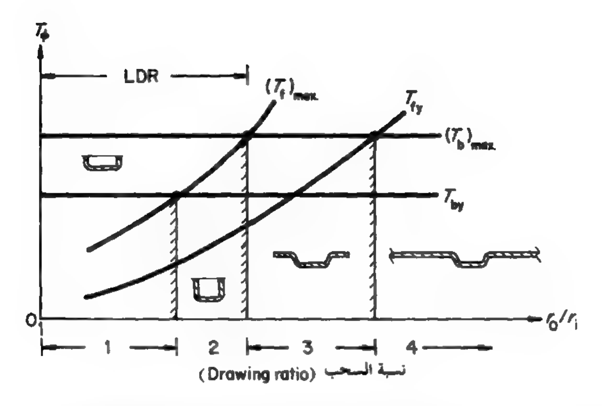
وقد تم بيان وجود علاقة بين قوة الوحدة المطلوبة لسحب الشفة وعمق السحب (h_f)، في الشكل رقم (٧,٧)، كما أن علاقة مماثلة بين ($T_{\phi b}$) وعمق المط (h_b)، قد تم بيانها في الشكل رقم (٦, ٨ب) .وكما أشير إلى ذلك آنفاً، فإن قوة سحب الشفة ($T_{\phi i}$)، تكون في توازن مع قوة مط القعر ($T_{\phi b}$)، وبوضع القوتين المميزتين ظهراً لظهر، كما هو مبين في الشكل رقم (٧, ٨)، فإن النقاط المصاحبة يمكن توضيحها .ويكون إجمالي إزاحة السنبك هو $h = h_b + h_f$ كما تم بيانه، وانه في أية لحظة فإن القوة على كل منطقة تكون هي نفسها. وتعتمد نتيجة عملية التشكيل على الارتفاعات النسبية لخصائص قوة الوحدة في الشكل رقم (٧, ٨) .ويمكن فهم هذا الأمر بمساعدة رسم بياني تكون فيه القوى الأولية والقصوى، (T_y) و (T_{max})، مرسومة على أنها دالة بنسبة

السحب الأولية (r_o/r_i) وكما تم توضيحه، فإن القوة اللازمة لمط القعر تعتمد على عدة عوامل، ولكن ليس على أبعاد الشفة، ومن هنا نجد أن (T_{by}) و (T_{bmax}) مستقلتان تقريباً عن نسبة السحب الأولية. وستعتمد قوة الوحدة اللازمة لسحب الشفة على العوامل التي تم بيانها في الفقرة (٩, ٧) كما أن (T_{fy}) و (T_{fmax}) معتمدتان بصورة قوية على نسبة السحب الأولية (r_o/r_i) وبرسم كافة هذه المنحنيات في رسم بياني واحد، كما في الشكل رقم (٨, ٨)، فإن مختلف أنواع الأساليب يمكن تحديدها لأي نسبة سحب معينة (r_o/r_i) بتتبع خط عمودي من القاعدة حيث (T_ϕ = o) وبتتبع مثل هذا الخط في المنطقة (١)، فإن أول منحنى تقابله سيكون بداية الخضوع في الشفة. وتكون أقصى قوة شفة أقل من القوة المطلوبة لبدء المط في القعر .ومن هنا يتبين أنه في المنطقة (١)، لا يمط القعر على الإطلاق. وهذه هي الحالة المبينة في الشكل رقم (٨, ٢أ).



الشكل رقم (٧, ٨). (أ) الإزاحة الإجمالية للسبك.

(ب) منحنيات قوة الوحدة المميزة.



الشكل رقم (٨, ٨). قوى وحدة الخضوع والمقاومة القصوى في الشفة والقعر كدالة لنسبة السحب.

أما في المنطقة (٢)، فيحدث كل من السحب في الشفة والمط في القعر، كما أن حد نسبة السحب الحدية LDR، والتي تمت مناقشتها في الفصل السابع، تحدث عندما تتطابق أقصى قوة شفة وأقصى قوة مط للقعر.

وفي المنطقة (٣)، لا يمكن إنتاج قدح كامل .ويحدث بعض السحب لأن $T_{fy}<T_{bmax}$، ولكن العملية يجب إيقافها قبل أن يتم السحب الكامل لمنع التخصر الموضعي وحدوث الانهيار في جدار القدح .ولكن في المنطقة (٤)، فبما أن $T_{fy}>T_{bmax}$، فإن الشفة لا يمكن سحبها على الإطلاق كما أن التشوه يكون محصوراً في المط على الشفة كما هو مبين في الشكل رقم (٢, ٨ب).

وتعتمد المنحنيات المميزة في الشكل رقم (٨, ٨) بصورة جزئية على خصائص المادة وعلى سماكة الصفيحة، ومع هذا، فإنه فيما يتعلق بمادة وسماكة معطاة فإن مصمم القالب، يبقى يتمتع بتحكم لا يستهان به على المنحنيات، لأنها تعتمد أيضاً

على الاحتكاك (التزييت) وعلى أنصاف أقطار القالب وجانبية السنبك (r_d) و (r_p) على التوالي.

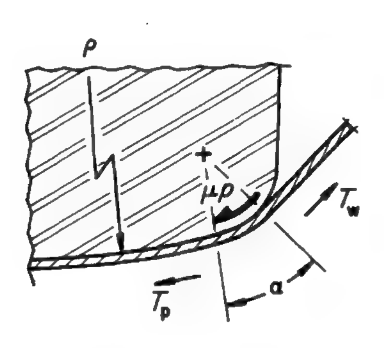
(٣ , ٨) المط بالسنبك ذي البعدين
Tow-dimensional punch stretching

لتشكيل أجزاء قليلة العمق، ينبغي مط الصفيحة بصورة لدنة على كامل سطح السنبك ؛ وغالباً ما تكون هذه الأجزاء مستطيلة بحيث إنه بخلاف قطعة الغفل المستديرة حيث تقاوم الشفة السحب إلى الداخل، فإن حافة الجزء المستطيل يمكن أن تتحرك بصورة موازية لنفسها دون الحاجة إلى التشوة .ومن أجل خلق شد كاف لمط الصفيحة على سطح السنبك، يجب توليد قوى الاحتكاك بواسطة أحداث قوة كبيرة لماسك قطعة الغفل، أو بدلاً من ذلك يمكن استخدام تحدبات السحب كما هو مبين في الشكل رقم (٢, ٨جـ) .وكما تم بيانه في الفقرة (١١, ٤)، فإن الشغل المطلوب لحني وتقويم الصفيحة لدى العبور في تحدبات السحب يحدث شداً في الصفيحة.

(١ , ٣ , ٨) التحكم في الارتداد الخلفي Control of springback

في الأجزاء القليلة العمق كما هو موضح في الشكل رقم (٢, ٨جـ)، قد يكون الانحناء على سطح السنبك اقل من حد الانحناء المرن ذي البعدين (ρ_e) المعطى بالمعادلة (١٩, ٤ب) .ومن أجل تشكيل هذا الانحناء في الصفيحة والإبقاء عليه بعد إزالة التحميل، فإن الصفيحة ينبغي أن تمط على السنبك كما هو مبين في الشكل رقم (١٣, ٤) بحيث يتجاوز الشد شد الخضوع .وقد تم في الشكل رقم (١٧, ٤) بيان أنه لمادة لا تتصلد بالانفعال، إذا مطت الصفيحة إلى شد الخضوع (T_y)، فإن العزم في الصفيحة يقل إلى صفر، وبذلك يتم القضاء على الارتداد الخلفي .ومع هذا، فانه في مط جزء قليل العمق بواسطة سنبك، فإن بالإمكان أن يتضح من الشكل رقم (٩, ٨) أن المادة التي لا تتصلد بالانفعال لا يمكن استخدامها. ويسبب الاحتكاك عند نصف

قطر ركن السنبك، فإن الشد في الجدار (T_w)، يجب أن يتجاوز ذلك الشد الموجود على السنبك (T_p) وهـذا الوضـع مماثل لذلـك الموجـود في الفقـرة (٨, ٧)، وإذا كـان للشـد على سطح السنبك (T_p) أن يصـل إلى الخضـوع، عندئـذ يجب أن يبلـغ شـد الجـدار تقريباً :



الشكل رقم (٩ ,٨). مط صفيحة على سنبك ذي انحناء قليل العمق.

$$T_w = T_y \exp \mu\alpha \qquad (٨ ,١٣)$$

ويبين هذا الحاجة إلى إصلاد انفعالي في الصفيحة ؛ كما أن شد الجـدار المطلـوب (T_w) ينبغـي أن يكـون أقـل مـن مقاومـة الشـد القصـوى (T_u). وهكـذا، فإنه في هـذه العملية، هناك علاقه بين الاحتكاك وخواص الصفيحة يمكن التعبير عنها على النحو التالي :

$$\frac{T_u}{T_y} \approx \frac{\sigma_u}{\sigma_y} < \exp \mu\alpha \qquad (٨ ,١٤)$$

حيث : (σ_u) و (σ_y) همـا مقاومـة الشـد القصـوى وإجـهاد الخضـوع الأولي في الصفيحة على التوالي.

(٢ , ٣ , ٨) الارتداد الخلفي في صفيحة تتصلد بالانفعال

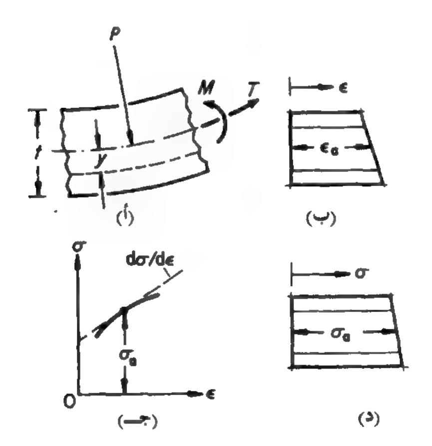
Springback in a strain hardening sheet

في عنصر من صفيحة تمط على سنبك ذي بعدين كما هو مبين في الشكل رقم (١٠ , ٨)، يكون الانفعال على مسافة ما (y) من السطح الأوسط هو :

$$\varepsilon = \varepsilon_a + y/\rho \qquad (٨,١٥)$$

كما هو معطى في المعادلة (٤, ٤) حيث ρ/t تكون كبيرة جداً، و:

$$\varepsilon_b = \ln[1 + (y/\rho)] \approx y/\rho$$



الشكل رقم (١٠ ,٨). (أ) عنصر من صفيحة تم مطها على سنبك.

(ب) توزيع الانفعال.

(جـ) منحنى الإجهاد والانفعال.

(د) توزيع الإجهاد.

فإذا كان الإجهاد على السطح الأوسط (σ_o)، واعتبرنا قطعة خطية من الميل، ($d\sigma/d\varepsilon$)، في منحنى الإجهاد والانفعال، عندئذ تكون :

$$\sigma = \sigma_e + (d\sigma / d\varepsilon)(y / \rho) \quad (٨,١٦)$$

ومن حالة التوازن، المعادلة (١٠, ٤)، نحصل على :

$$M = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma y dy = (I / \rho) \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (٨,١٧)$$

حيث : $I = t^3/12$.

وهكذا فإنه في المادة المتصلدة بالانفعال، لا يؤول العزم إلى صفر، كما أنه في حال إزالة التحميل بواسطة استخدام تغيير في العزم، $\Delta M = -M$ ، فمن المعادلة (٢١, ٤) فإن هناك تغييراً في الانحناء:

$$\Delta(1/\rho) = \Delta M / E'I \quad (٨,١٨)$$

وبدمج المعادلتين (٨,١٧) و (١٨, ٨) نحصل على :

$$\frac{\Delta(1/\rho)}{(1/\rho)} = -\frac{1}{E'} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (٨,١٩)$$

فإذا كان نصف عرض السنبك هو (a)، كما في الشكل رقم (١١, ٨)، فإن تحدب "تاج" crown السنبك (h) عندئذ يعطى بالمعادلة التالية :

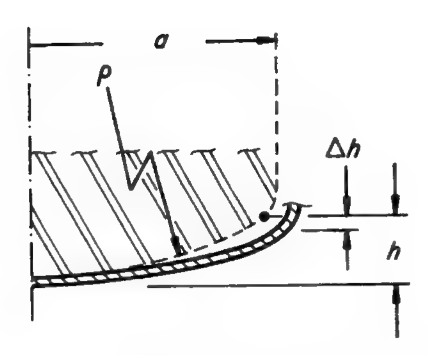
$$\frac{1}{\rho} = \frac{2h}{a^2 + h^2} \approx \frac{2h}{a^2} \quad (٨,٢٠)$$

وبعد إزالة التحميل يتغير الانحناء بالمقدار $\Delta(1/\rho)$ ؛ أي :

$$\frac{\Delta(1/\rho)}{(1/\rho)} \approx \frac{\Delta h}{h} \quad (٨,٢١)$$

وبمساواة العلاقات المذكورة آنفاً، فإن التغيير النسبي في تحدب الصفيحة سيكون:

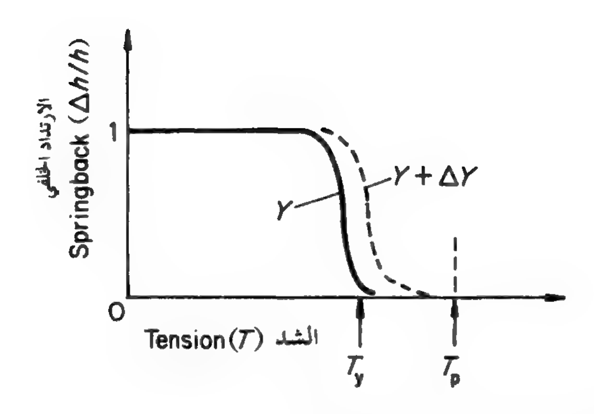
$$\frac{\Delta h}{h} = -\frac{1}{E'} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (٨,٢٢)$$



الشكل رقم (١١ ,٨). مخطط بياني للصفيحة قبل وبعد إزالة التحميل.

وفي صفيحة معدنية نموذجية يكون ميل المنحنى اللدن (dσ/dε) اصغر بعدة رتب من معامل المرونة، ومع هذا فإنه في الأجزاء القليلة العمق يكون التحدب crown صغيراً أيضاً والتغيير في هذا، حسب المعادلة (٢٢, ٨) قد يكون كبيراً، وخاصة في الانفعالات اللدنة المتدنية جداً حيث يكون dσ/dε هو الأعظم .والتغيير الذي يحدث مع الارتداد الخلفي قد تم بيانه على هيئة رسم بياني في الشكل رقم (١٢, ٨).

ويبين هذا أنه من أجل التحكم في الارتداد الخلفي . يجب أن يكون الشد المطبق أكبر من (T_y). أما في إنتاج تشكيل الصفائح المعدنية، فإن إجهاد خضوع الصفيحة سيميل إلى التغير. فإذا ازداد، كما هو موضح بالخط المنقط في الشكل رقم (١٢, ٨)، فإن الشد المطبق عندئذ ينبغي أن يزداد أيضاً .ولذلك أنها لممارسة طيبة في التشكيل بالمط أن يعمل بنوع من الشد (T_p) أكبر بكثير من شد الخضوع (T_y)، وذلك من أجل التأكد من أن التغييرات الصغيرة في إجهاد الخضوع في الصفيحة سوف لا تحدث تغييرات في الشكل.



الشكل رقم (١٢ ,٨). تغير نسبة الارتداد الخلفي مع الشد.

ويكون تحليل الارتداد الخلفي المعطى صحيحاً فقط فيما يتعلق بالمط على سنبك ذي بعدين وانحناء قليل العمق حيث (ρ) في الشكل رقم (١٠ , ٨) يكون كبيراً جداً، والانحناء في الاتجاه العمودي مع المقطع يكون صفراً .وفي حالة المط على سنبك ذي انحناء مزدوج ($1/\rho_1 \neq 0$ و $1/\rho_2 \neq 0$) يكون الارتداد الخلفي مقيداً بالعوامل الهندسية geometric. ولكن في الممارسة العملية، فإن من الضروري مط الصفيحة بصورة كبيرة لما وراء شد الخضوع الأولى، وذلك للتحكم بالارتداد الخلفي.

الفصل التاسع

تشكيل الحالة المستقرة
للهياكل الأسطوانية القشرية
Steady state forming of cylindrical shells

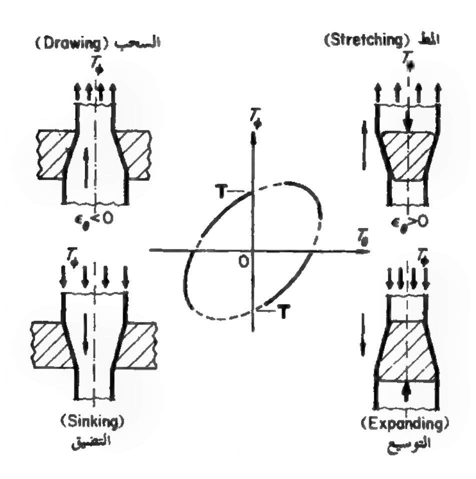
(١ , ٩) مقدمة Introduction

إن معظم العمليات التي تمت مناقشتها سابقاً كانت لحالات عابرة، حيث تم فيها تشكيل قطعة المعدن الصفيحية عبر سلسلة متعاقبة من الأشكال المختلفة. ويوضح الشكل رقم (١, ٩) عدداً من أساليب تشكيل الأنابيب حيث توجد هناك حالة مستقرة (ثابتة) steady state . فالأنبوب، إما أن يدفع أو يسحب عبر نوع من الأدوات حيث يتغير قطره .واعتماداً على الظروف في الأسلوب فإن الطول وسماكة الجدار سيتغيران أيضاً . وسيتم فحص هذه التأثيرات في هذا الفصل.

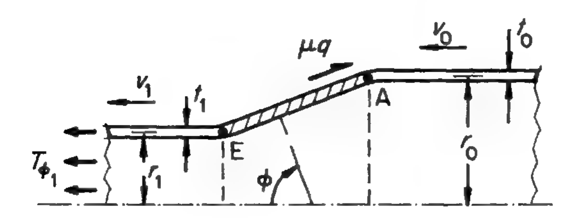
(٢ , ٩) طريقة الطاقة The energy method

غالباً ما يكون من المناسب بحث توازن الطاقة في أساليب الحالة المستقرة .وقد تم توضيح حالة نموذجية في الشكل رقم (٢, ٩) .فأنبوب ذو سماكة أولية مقدارها (t_o) ونصف قطر جدار أوسط (r_o)، يدخل العملية عند (A) ويخرج عند (E). ويتم إيصال الطاقة الخارجية بواسطة آلة تشكيل بمعدل مقداره:

$$N_m = T_{\phi 1} 2\pi r_1 v_1 \qquad (٩, ١)$$



الشكل رقم (١ ,٩) . مختلف أساليب تشكيل الأنابيب ذات الحالة المستقرة وحالات الإجهاد المصاحبة لها على المحل الهندسي لوحدة القوة (T).



الشكل رقم (٢ ,٩) . الشروط الموجودة في أسلوب (عملية) الحالة المستقرة النموذجي.

ويتم تبديد هذه الطاقة بطريقتين، إحداهما بواسطة الاحتكاك (μq) بين العدة والأنبوب، والأخرى بواسطة الشغل اللدن المبذول في تشويه المعدن، وهكذا يكون هناك توازن في الطاقة يكون فيه:

$$N_m = N_p + N_f \qquad (٩, ٢)$$

حيث (N_p) هي معدل الشغل اللدن المبذول و(N_f) هي معدل تبدد الطاقة بواسطة الاحتكاك .ويكون هدف الأسلوب هو تغيير شكل الأنبوب ويتطلب هذا لا محالة بذل الشغل اللدن للتشويه . وعلى هذا فإن بالإمكان تعريف كفاءة، هذا الأسلوب (η) على النحو التالي :

$$\eta = N_p /(N_p + N_f) \qquad (٩, ٣)$$

وبذلك يكون معدل بذل الشغل في الآلة هو :

$$N_m = N_p / \eta \qquad (٩, ٤)$$

(١ ,٢ ,٩) معدل بذل الشغل اللدن Rate of doing plastic work

إذا كان عنصر المعدن في العبور من (A) إلى (E) خاضعاً لانفعال مساو (ε_1) فإن الشغل اللدن المبذول لكل وحدة حجم يكون :

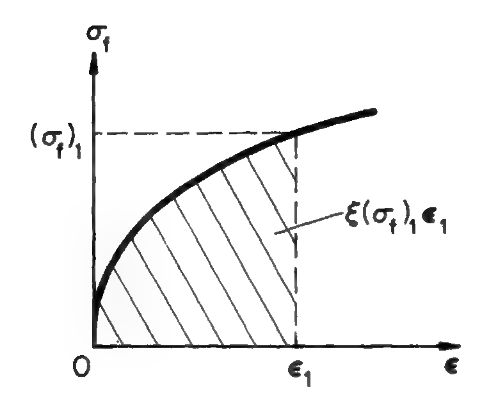
$$\int_0^{\varepsilon_1} \sigma_f d\varepsilon$$

ويمكن التعبير عن هذا على أنه $\xi(\sigma_f)\varepsilon_1$، حيث ($\xi$) عبارة عن عامل يعتمد على خاصية التصلد الانفعالي للمادة. وبالرجوع إلى الشكل رقم (٣, ٩)، يكون قد تحدد بـ :

$$\xi(\sigma_f)\varepsilon_1 = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_f d\varepsilon \qquad (٥, ٩أ)$$

ولمادة تمتثل لقانون الإجهاد والانفعال، $\sigma_f = K\varepsilon^n$ يمكن بيان أن :

$$\xi = \frac{1}{1+n} \qquad (٥, ٩ب)$$



الشكل رقم (٣ ,٩) . الشغل اللدن المبذول لكل وحدة حجم من المادة.

وكلما أخذ أس الإصلاد الانفعالي (n) في التناقص، تأخذ (ξ) في الوصول إلى الوحدة .

ويكون حجم المادة العابرة من المقطع في (A) أو (E) في كل وحدة زمن هو :

$$2\pi r_0 t_0 v_0 = 2\pi r_1 t_1 v_1$$

ولذلك فإن المعدل الذي يتم فيه بذل الشغل اللدن على المادة بين (A) و(E) هو :

$$N_p = 2\pi r_1 t_1 v_1 \xi(\sigma_f)_1 \varepsilon_1 \qquad (٩ ,٦)$$

وبدمج المعادلات (١ ,٩) و (٤ ,٩) و (٦, ٩)، فإن قوة الوحدة في (E) تكون :

$$(T_\phi)_1 = \frac{\xi}{\eta}(\sigma_f)_1 t_1 \varepsilon_1 = \frac{\xi}{\eta} T_1 \varepsilon_1 \qquad (٩ ,٧)$$

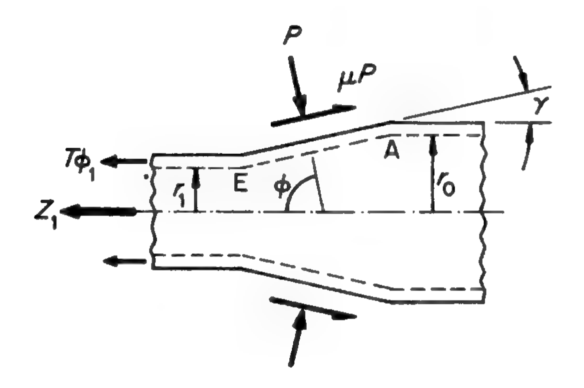
حيث (T_1) هي قوة الوحدة عند الخضوع الخاصة بالمادة في (E).

(٢ , ٢ , ٩) تأثير الاحتكاك The effect of friction

وقد تم توضيح توازن القوى في الشكل رقم (٤, ٩) .حيث قوة السحب:

$$Z_1 = (T_\phi)_1 2\pi r_1 \qquad (٩ ,٨)$$

تكون في حالة توازن مع قوة القالب المحيطية (P) وقوة الاحتكاك (μP). وتنشأ القوة (P) من ضغط ملامسة القالب (q) في الشكل رقم (٢, ٩) التي تؤثر على المنطقة بين(A) و (E).



الشكل رقم (٤ ,٩) . اتزان القوى في السحب.

وتحليل القوى محورياً يعطي:

$$Z = P\{\cos\phi + \mu\sin\phi\} \qquad (٩ ,٩)$$

ويكون معدل شغل الاحتكاك هو:

$$N_f = \mu P v_1$$

وبالملاحظة من المعادلتين (١, ٩) و (٨, ٩) بأنه عند المخرج:

$$Z_1 = N_m/v_1$$

فإننا نحصل على :

$$N_m = N_f(\cos\phi + \mu\sin\phi)/\mu \qquad (٩,١٠)$$

وبما أن $N_p = \eta N_m$ فإن المعادلة (٢, ٩) تعطي :

$$N_m = \eta N_m + N_f$$

وبحذف (N_m) فإن الكفاءة تكون :

$$\eta = 1 - \frac{\mu}{\cos\phi + \mu\sin\phi} \qquad (٩,١١)$$

$$= 1 - \frac{\mu}{\sin\gamma + \mu\cos\gamma}$$

حيث (γ) هي نصف زاوية القالب . وتساوي: $\gamma = \pi/2 - \phi$.

(٩, ٢, ٣) مسار الانفعال The strain path

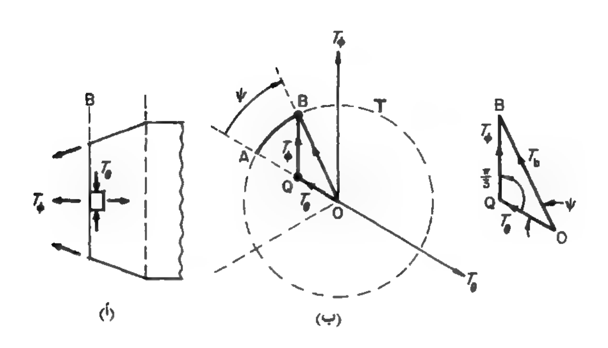
في أحد المقاطع (B) في الأسلوب، تكون قوى الوحدة هي (T_ϕ) و (T_θ) كما تم توضيحه في الشكل رقم (٥, ٩أ) .ويمكن تمثيل هذه القوى بواسطة المتجه (T_b) في نظام الإحداثيات المائل، كما في الشكل رقم (٥ ,٩ب) حيث إنه، إذا كانت المادة تخضع عند قيمة ثابتة من (T) فإن نهايات الخطوط تقع على الدائرة ذات نصف القطر . $T = \sigma_f t$

وفي المثلث OQBفإن $QB = T_\phi$ و $OB = T$ ، لذلك فإن :

$$\frac{T}{\sin(2\pi/3)} = \frac{T_\phi}{\sin\psi}$$

وبالتالي فإن :

$$\sin\psi = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{T_\phi}{T} \qquad (٩,١٢)$$



الشكل رقم (٥ ,٩) . (أ) قوة الوحدة عند (B) في سحب أنبوب.
(ب) التمثيل في نظام قوة الوحدة المائلة.

وبالدمج مع معادلة مماثلة لـ (٧, ٩) للنقطة (B) فإن توجيه متجه قوة الوحدة (Ψ) واتجاه متجه الانفعال تعطى بالمعادلة :

$$\sin\psi = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\xi}{\eta_b}\varepsilon_b \qquad (٩ ,١٣)$$

حيث (η) تعبر عن كفاءة الأسلوب بين (A) و (B) ومن الشكل رقم (٥, ٩) نلاحظ أن $T_\phi = o$ و $\psi = o$ بصورة أولية عند (A) ؛ ومن ثم فإن (ψ) تزداد مع تزايد (ε_b). وباستخدام المعادلة (١٣, ٩) فإن مسار الانفعال يمكن أن يرسم في حيز الانفعال المائل كما هو موضح في الشكل رقم (٦, ٩) . وهذا يوضح عدة ملامح هامة في أسلوب السحب . كما أن إسقاط النقطة على مسار الانفعال على محور انفعال السماكة يبين انفعال السماكة الحالي :

$$\varepsilon_t = \ln(t/t_o)$$

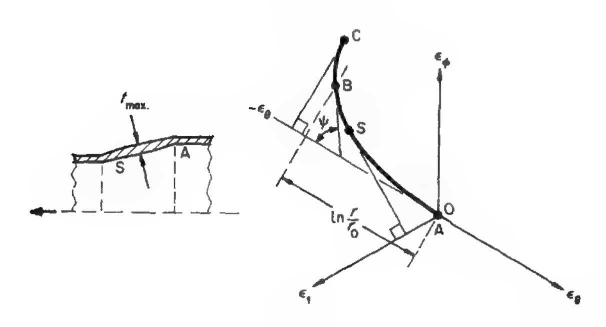
وقد يلاحظ أن هذا الانفعال يزيد، أي أن الأنبوب يصبح أكثر سماكة إلى أن يتم الوصول إلى النقطة (S) حيث مسار الانفعال يكون هو المماس لخط عمودي من المحور ε_t، أي أن $\psi = \pi/6$ و $\varepsilon_{ت} = \eta_{ت} / \sqrt{3}\xi$. بعد ذلك، نجد أن الأنبوب يبدأ في الترقق. وفي هذا الرسم البياني تم إعطاء الانفعال المحيطي عن طريق إسقاط متجه الانفعال على المحور (ε_θ) حيث لنقطة عامة (B) يكون:

$$\varepsilon_\theta = \ln(r/r_o)$$

وبتتبع متجهات الإجهاد والانفعال في الشكلين رقمي (٥, ٩) و (٦, ٩) يلاحظ أن الأسلوب يبدأ بضغط أحادي المحور في الاتجاه المحيطي في A، $T_\theta = -T$ و $T_\phi = o$، ويصبح أسلوب سماكة ثابتة في (S)، أي أن $d\varepsilon_t \rightarrow o$ و $T_\theta = -T_\phi$، وبعدها يصل الأسلوب باطراد إلى شد أحادي المحور والذي فيه $T_\theta \rightarrow o$. وعند(C)، حيث يصبح مسار الانفعال مماساً لخط عمودي من المحور (ε_θ) و $d\varepsilon_t \rightarrow o$، فإنه لا يمكن أن يكون هناك المزيد من الإنقاص في نصف القطر. ويتم الوصول إلى هذه الحالة عندما تكون $\psi = \pi/2$

و:

$$\varepsilon_t = 2\eta_t / \sqrt{3}\xi$$



الشكل رقم (٦, ٩). مسار انفعال لعنصر في أسلوب السحب.

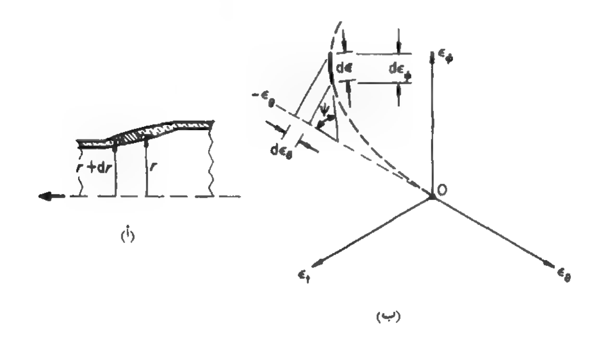
(٤ , ٢ , ٩) الانفعال الفعال في السحب The effective strain in drawing

يمكن لمسار الانفعال الذي تم وصفه في البند السابق أن يتحدد بواسطة الحسابات التزايدية .ولدى بحث التشوه من (r) إلى (r + dr)، كما هو مبين في الشكل رقم (٧, ٩ أ)، فإن الزيادة في الانفعال المحيطي تكون :

$$d\varepsilon_\theta = dr/r$$

وتكون الزيادة في الانفعال الفعال $d\varepsilon$، من الشكل رقم (٧, ٩ ب) هي :

$$d\varepsilon = d\varepsilon_\theta / \cos\psi \qquad (٩, ١٤)$$



الشكل رقم (٧ ,٩). الزيادة في أسلوب السحب (أ) والزيادة المقابلة الناجمة من ذلك (dε) في مسار الانفعال.

وفي كثير من الحالات قد يكون من الدقة بمكان افتراض أن السحب يحدث عند سماكة ثابتة يكون فيها $d\varepsilon_\phi = - d\varepsilon_\theta$، وتبعاً لذلك فإن $\psi = \pi/6$. كذلك من المعادلة (١٤, ٩) نجد أن :

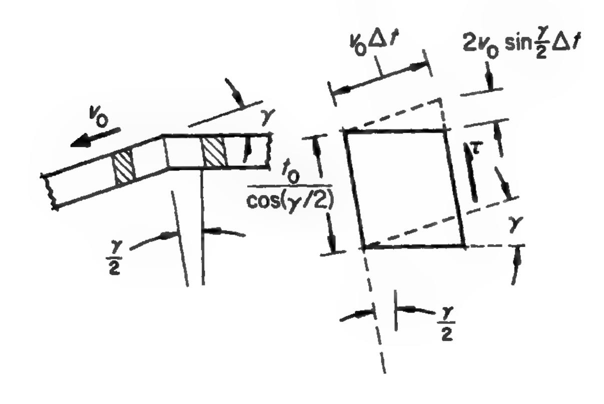
$$\varepsilon \approx \frac{2}{\sqrt{3}}|\varepsilon_\theta| = \frac{2}{\sqrt{3}}\ln\frac{r_o}{r} \qquad (٩, ١٥)$$

إن التحليل الآنف الذكر يأخذ في الاعتبار الانفعال في المقطع المخروطي من الأنبوب. ويوجد هناك نوع من الانفعال المصاحب للتغير من الشكل الأسطواني إلى المخروطي عند (A) وإذا افترض ن هذا سيحدث في شريط قص shear band منفصل كما هو مبين في الشكل رقم (٨, ٩)، فإن الانفعال يمكن حسابه. وإذا كان شريط القص يميل على الاتجاه العمودي بزاوية (γ/2)، فإن الصفيحة سيتم قصها بدون تغيير في السماكة. وفي الوقت (Δt)، فإن الحجم الذي يمر عبر هذا الشريط لكل وحدة طول محيطي، هو :

$$v_o t_o \Delta t$$

كما أن إجهاد القص (τ)، المؤثر على سطح المنطقة $1t_o\ /\cos\ (\gamma/2)$ سيؤدي إلى ظهور قوة

$$\tau t_o/\cos(\gamma/2)$$



الشكل رقم (٨, ٩). تشوه لعنصر داخل في العملية (الأسلوب).

ويكون الشغل المبذول خلال هذا الوقت هو :

$$2v_o \Delta t \sin(\gamma/2)\,[\tau t_o/\cos(\gamma/2)]$$

ومن ثم فإن الشغل المبذول لكل وحدة حجم هو :

$$\tau 2 \tan(\gamma/2) = \sigma_f \Delta\varepsilon \qquad (٩ ,١٦)$$

حيث (σ_f) هو إجهاد الانسياب في الدخول و($\Delta\varepsilon$) هو التغير في الانفعال الفعال في عبور شريط القص .وعلى هذا فإن أعظم إجهاد قص يمكن لعنصر تحمله هو إجهاد قص الخضوع الذي هو بالنسبة للانفعال المستوي ($\varepsilon_\theta = o$) عبارة عن $\sigma_f / \sqrt{3}$. والقيمة المحددة العليا upper bound للانفعال الفعال نحصل عليها بواسطة التعويض بهذه القيمة محل (τ)في المعادلة (١٦, ٩) ولذلك فإن :

$$\Delta\varepsilon = 2 \tan(\gamma/2)/\sqrt{3} \qquad (٩ ,١٧)$$

وسيتسبب هذا في ظهور نوع من الإصلاد الانفعالي، وكذلك أيضاً في الشكل رقم (٦, ٩)،$\psi \neq o$ بصورة أولية .

(٥, ٢, ٩) قوة السحب The drawing force

في أسلوب السحب الكامل الموضح في الشكل رقم (٩, ٩)، كان المعدل الذي بذل فيه الشغل بواسطة آلة السحب هو :

$$Fv_1 = N_m = (N_p/\eta) \qquad (٩ ,١٨)$$

وبتعويض (N_p) من المعادلة (٧, ٩) يعطينا :

$$F = 2\pi\, r_1\, t_1\, (\xi/\eta)\, (\sigma_f)_1 \varepsilon_1 \qquad (٩ ,١٩)$$

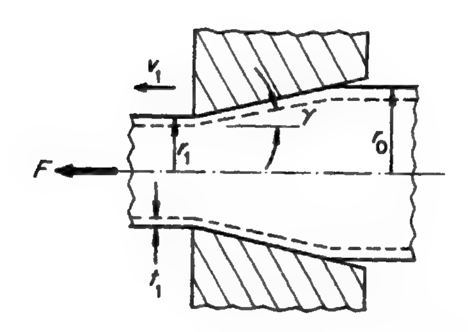
وقد تم إعطاء الانفعال الفعال لسحب عنصر عبر المنطقة المخروطية تقريباً بواسطة المعادلة (١٥, ٩)، وإذا اعتبر أن هناك زيادة مقدارها ($\Delta\varepsilon_1$)، فمن المعادلة (١٧, ٩) عند كل من الدخول والخروج، ستكون:

$$\varepsilon \approx \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\frac{r_o}{r_1} + 2\Delta\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{3}}\left\{\ln\frac{r_o}{r_1} + 2\tan\frac{\gamma}{2}\right\} \qquad (٩,٢٠)$$

ومن الواضح أن هناك حداً على القوة التي يمكن بذلها . ويجب ألا تتجاوز هذه قيمة خضوع الأنبوب في الشد البسيط ، ومن ثم من المعادلتين (٩,١٩) و (٩,٢٠) نجد أن :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\xi}{\eta}\left\{\ln\frac{r_o}{r_1} + 2\tan\frac{\gamma}{2}\right\} \le 1 \qquad (٩,٢١)$$

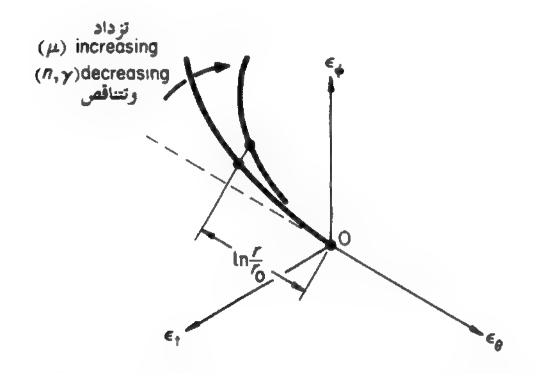


الشكل رقم (٩ , ٩). القوة (F) المطلوبة لسحب أنبوب.

(٩, ٢, ٦) التأثير المشترك للمتغيرات Combined effect of variables

يلاحظ من المعادلة (١٣, ٩) أن انحناء مسار الانفعال يزداد مع (ξ/η) . ففي المادة الملدنة ، يكون دليل الإصلاد الانفعالي عالياً. ومن المعادلة (٥ ,٩ب) تكون(ξ) أدنى. والكفاءة (η)، من المعادلة (١١ , ٩) تتناقص مع تزايد معامل الاحتكاك (μ)، ومع زاوية القالب الكبيرة (γ) وهكذا، فإن الشغل على البارد (n منخفضة) والاحتكاك المرتفع (μ) وكذلك زاوية القالب الصغيرة (γ) كلها تزيد في انحناء مسار

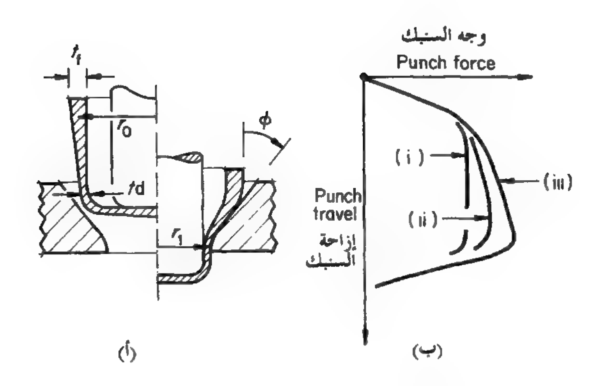
الانفعال وتكون ضارة بالعملية بمعنى أنها تزيد الترقيق وتضع حداً لأقصى تخفيض كما هو موضح في الشكل رقم (١٠, ٩). ومع ذلك يجب توضيح أنه في الوقت الذي يؤدي تزايد زاوية القالب إلى تقليل تأثير الاحتكاك، فإنه يزيد القص أو الشغل الزائد عن الحاجة redundant work عند الدخول والخروج؛ وهكذا فإنه يمكن إيجاد الزاوية المثلى للقالب.



الشكل رقم (١٠ , ٩). تأثير الاحتكاك، والإصلاد الانفعالي وزاوية القالب على مسار الانفعال

(٩, ٣) إعادة السحب Redrawing

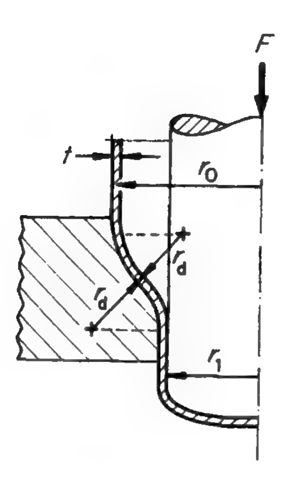
يمكن زيادة عمق القدح المسحوب عن طريق إعادة السحب كما هو موضح في الشكل رقم (١١, ٩). فإذا كان القدح الأول ذا سماكة جدار ثابتة وقوة تحمل متجانسة، فإن الأسلوب يكون مماثلاً لما تم بحثه في الفقرة السابقة وتكون قوة السحب الثابتة قد أعطيت بالمعادلة (١٩, ٩). وقد تم توضيح هذا الأمر في المنحنى (i) في الشكل رقم (١١, ٩ب).



الشكل رقم (١١ , ٩). (أ) إعادة السحب الأمامي لقدح أسطواني.
(ب) منحنى (أو خاصية) قوة السنبك والإزاحة.

وفي الفقرة (٣, ٧) تم توضيح أن سماكة الجدار في القدح المسحوب من المحتمل أن تكون أكبر ما يمكن في أعلى القدح. فإذا تم تلدين القدح بعد السحب الأول بحيث تكون خواصه متجانسة، فإن قوة السنبك سترتفع أثناء السحب بسبب هذه الزيادة في السماكة، كما هي الحال في المنحنى (ii) في الشكل رقم (١١, ٧ب). أما في القدح الذي لم يكن قد تم تلدينه، فإنه ليست فقط السماكة، بل أيضاً الانفعال الفعال (ε)، والإجهاد (σ_f) ستكون كلها ذات قيم عظمى في الأعلى، وعليه يمكن توقع خواص كتلك الممثلة في المنحنى (iii).

وفي إعادة السحب، يمكن تجنب القص المفاجئ عند الدخول والخروج عن طريق توفير أنصاف أقطار (r_d) كما هو موضح في الشكل رقم (١٢, ٩).



الشكل رقم (١٢ , ٩). استخدام قوالب ذات أنصاف أقطار كبيرة في إعادة السحب.

وإذا كان الأسلوب قد تم فيه التزييت الجيد بحيث إن $\mu \to o$، فإنه عندئذ، من المعادلة (١٩, ٩)، تكون قوة إعادة السحب هي :

$$F = 2\pi\, r_1\, T_{av} \ln (r_o/r_1) \qquad (٩ ,٢٢)$$

حيث $T_{av} = \xi\sigma_{f1}t_1$. وكما تم بيانه في المعادلة رقم (٣٦, ٤) فإن حني وتقويم العنصر سيزيد قوة الوحدة بمقدار :

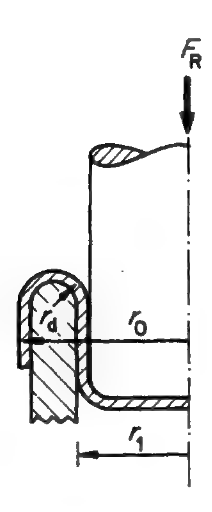
$$\Delta T_\phi = T\frac{t}{4\rho}\left\{1 + \left((\frac{T_\phi}{T})^2\right\}\right.$$

وفي إعادة السحب الأمامي forward redrawing تكون، $\rho \approx r_d$ ، وإذا قمنا بتقريب بحيث تكون $T_\phi \approx T$ ولاحظنا أنه يوجد هناك عمليتا حني وتقويم، عندئذ فإن :

$$F = 2\pi r_1 (T_\phi + 2\Delta T_\phi) = 2\pi r_1 t_1 \xi (\sigma_f)_1 \left\{ \ln\frac{r_o}{r_1} + \frac{1}{r_d / t} \right\} \tag{٩ ,٢٣}$$

وهناك أسلوب بديل هو إعـادة السـحب العكسـي reverse redrawing التي يكـون فيـها القدح قد قلب داخله لخارجه inside-out كما هو موضح في الشكل رقم (١٣, ٩). فإذا كان القدح قد سحب على نصف قطر أملس، فإنه ستكون هنـاك عمليـة حني وتقويـم واحدة فقط، ومن ثم فإن قوة إعادة السحب تكون :

$$F_R = 2\pi r_1 t_1 \xi (\sigma_f)_1 \left\{ \ln\frac{r_o}{r_1} + \frac{1}{2r_d / t} \right\} \tag{٩ ,٢٤}$$



الشكل رقم (١٣ ,٩). أسلوب إعادة السحب العكسي.

وتتضح بجلاء فائدة الإبقاء على نسبة حني كبيرة (r_d/t)، بحيث ينبغي ملاحظة أنه في إعادة السحب العكسي :

$$r_d \approx (r_o - r_1)/2$$

وإذا كان التقليل أو التخفيض في إعادة السحب صغيراً، فإن شغل الحني والتقويم يمكن أن يكون كبيراً.

(٤ , ٩) كي الجدار Wall ironing

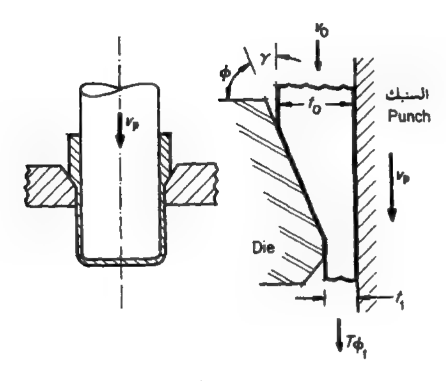
في حال القدح المسحوب بعمق لا تكون سماكة جدار القدح منتظمة، ولكن كما تم بيانه في الفقرة (٣ ,٧)، فمن المحتمل أن تكون أكبر سماكة موجودة في أعلى القدح. ويمكن جعل السماكة منتظمة وزيادة ارتفاع القدح بواسطة الكي "ironing" كما هو موضح في الشكل رقم (١٤, ٩). فبعد الكي، يبقى القدح على السنبك، ويتم تمريره عبر حلقة كيّ أو أكثر؛ ويكون الخلوص بين الحلقة والسنبك أقل من سماكة الجدار بحيث يتم تقليل سماكة الجدار وتطويله.

ويتم جرّ وسحب الجدار عبر قالب الكي بواسطة قوة الوحدة (T_{t1})؛ وينشأ هذا من ضغط السنبك على قعر القدح والاحتكاك بين السنبك وجدار القدح. وهذا الأخير يعلق متشبثاً بالسنبك تحت القالب، كما تمت مناقشة ذلك في الفقرة (٣ ,٢ ,٨) وتخرج مادة الجدار من القالب على نفس السرعة مثل السنبك (v_p) ويتم الحصول على سرعة الدخول (v_o)، من شرط عدم الانضغاطية.

$$v_o t_o = v_p t_1 \qquad (٩ ,٢٥)$$

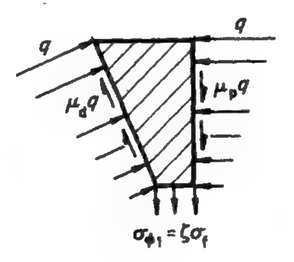
ولذلك فإن :

$$v_o = (t_1/t_o)\, v_p < v_p \qquad (٩ ,٢٦)$$



الشكل رقم (٩, ١٤). كي جدار القدح المسحوب عميقاً.

وفي منطقة التشويه، يتم كبس المادة بصورة قوية على المكبس وبما أن السنبك يتحرك أسرع من المادة، فإن إجهاد الاحتكاك ($\mu_p q$) يعمل إلى الأسفل كما هو مبين في الشكل رقم (٩, ١٥). وإجهاد الاحتكاك عند القالب ($\mu_d q$) يعمل في الاتجاه المعاكس.



الشكل رقم (٩, ١٥). الإجهادات المؤثرة على منطقة التشوه.

فإذا افترض أن المادة لا تتصلد بالانفعال وأن إجهاد الخضوع هو (σ_f) وأن إجهاد الجدار عند الخروج هو :

$$\sigma_{\phi 1} = T_{\phi 1} / t_1 = \zeta \sigma_f \qquad (٩, ٢٧)$$

حيث (ζ) هي كسر ما أقل من الوحدة، عندئذ. وباستخدام قاعدة خضوع تريسكا. يكون ضغط التلامس عند المخرج هو :

$$q = \sigma_f (1 - \zeta) \qquad (٩, ٢٨)$$

ويكون على المدخل (σ_f) . ومتوسط ضغط التلامس، على افتراض وجود توزيع خطي، هو :

$$\sigma_f [1 - (\zeta / 2)]$$

ولذلك فإن القوى على عنصر ذي وحدة عرض محيطية تكون، كما هو موضح في الشكل رقم (١٦, ٩). وعلى هذا فإن تحليل هذه القوى رأسياً يعطي :

$$\zeta \sigma_f t_1 + \mu_p \sigma_f \left(1 - \frac{\zeta}{2}\right) \frac{\Delta t}{\tan \gamma} = \sigma_f \left(1 - \frac{\zeta}{2}\right) \Delta t + \mu_d \sigma_f \left(1 - \frac{\zeta}{2}\right) \frac{\Delta t \cos \gamma}{\sin \gamma}$$

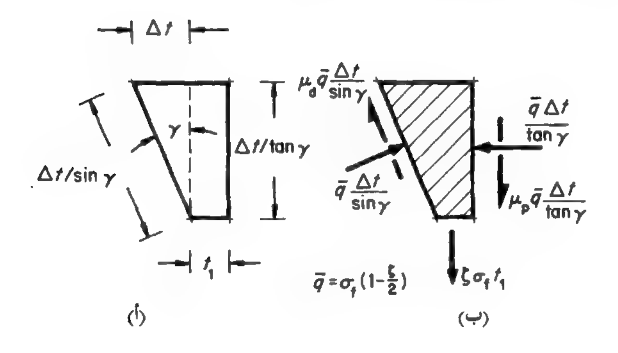
ومنها :

$$\frac{\Delta t}{t_1} = \frac{2\zeta}{(2 - \zeta)} \frac{1}{\frac{(\mu_p - \mu_d)}{\tan \gamma}} \qquad (٩, ٢٩)$$

ويجب ألا يتجاوز الإجهاد المحوري عند المخرج إجهاد الخضوع، أي $\zeta < 1$، من أجل التأكد من أن الأنبوب تحت القالب قد بقي غير مشوه. ومع ذلك فإن هذا يتيح تخفيضات كبيرة جداً في أسلوب الكي. وبما أن السرعة النسبية بين المادة والسنبك متدنية، وبما أن السنبك غالباً ما يكون قد أعطي بصورة متعمدة سطحاً خشناً قليلاً في الوقت الذي يكون فيه القالب قد تم صقله، فإن معامل احتكاك السنبك (μ_p) قد

يتجاوز كثيراً المعامل الموجود على القالب (μ_d) وهذا يتسبب في إحداث المزيد من التقليل في إجهاد الجدار، $\zeta(\sigma_f)_o$ لكل تخفيض معلوم.

يمكن كي القدح في أكثر من مرحلة واحدة، إلا أنه من المعتاد وضع الترتيبات لهذه الكيّات لتكون منفصلة بحيث إن الجدار يغادر القالب الواحد قبل أن يدخل القالب التالي. وهذا يؤكد أنه لا يوجد هناك شد خلفي وأن $\sigma_b = 0$ على مدخل القالب. وفي مثل هذا الأسلوب، قد يزيد ارتفاع القدح عدة أضعاف ولكن إذا تم عمل ذلك في مشوار واحد، فإن ذلك يستلزم سنبكاً طويلاً نسبياً.



الشكل رقم (١٦ ,٩). (أ) عنصر التشويه.

(ب) القوى المؤثرة على العنصر.

تمارين على جميع فصول الكتاب
Exercises

الفصل الأول

(١ , ١) حدد شروط الإجهاد العامة لتشوه الانفعال المستوي الذي يكون فيه $d\varepsilon_2 = o$

الجواب : $\{\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2\}$

(١ , ٢) حاوية ضغط أسطوانية ذات نهايات نصف كروية لها سماكة جدار في الجزء الأسطواني مقدارها (t) وقطـــر مقداره (D) . فاذا كان إجهاد انسياب المادة هو (σ_f)، فما هو الضغط الداخلي (p)، اللازم لإحداث الخضوع، على افتراض (أ) قاعدة خضوع ترسكا و (ب) قاعدة فون ميسس ؟

الجواب : $\left\{\frac{2t}{D}\sigma_f \; ; \frac{4}{\sqrt{3}}\frac{t}{D}\sigma_f\right\}$

(١ , ٣) إذا كانت نسبة الإجهادات الرئيسة في أسلوب تشكيل معين هي ؛ $\sigma_1:\sigma_2:\sigma_3 = 7:5:3$. فحدد نسبة $(\varepsilon_2/\varepsilon_1)$.

الجواب : $\{\varepsilon_2 / \varepsilon_1 = 0\}$

(١ , ٤) إذا كانت الإجهادات في أسلوب ما هي σ_1 و $\sigma_2 = \sigma_3$. فحدد معدل الانفعال، ($\dot{\varepsilon}_1$)، بدلالة معدل الشغل ($W\,vol^{-1}$).

الجواب : $\{(\sigma_1 - \sigma_2)Wvol.^{-1}\}$

(٥ , ١) اثبت التساوي (أو المتعادلة) التالية:

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2=3(\sigma_1'^2+\sigma_2'^2+\sigma_3'^2)$$

(٦ , ١) إذا كان إجهاد الانسياب لعينة معينة من سبيكة الألومنيوم هو 200 MPa، فحدد الشغل المبذول لكل وحدة حجم إذا كانت العينة قد تشكلت بشد بسيط بنسبة ١٪ و $d\varepsilon_1=0.01$ ، $\sigma_2+\sigma_3=0$. وضح هذه العملية على منظومات إحداثيات الإجهاد المائل، وزيادة الانفعال.

الجواب : $\{2MJm^{-3}\}$

(٧ , ١) لنفس المادة ولنفس زيادة الشغل كما هي الحال في السؤال السابق (١,٦)، حدد الإجهادات الرئيسة وزيادات الانفعال في أساليب الإجهاد المستوي ($\sigma_3=0$) التالية إذا كان :(أ) انفعال مستوي، $d\varepsilon_2=0$ ؛ (ب) شد ثنائي المحور متساو $d\varepsilon_1=d\varepsilon_2$ ؛ (جـ) تشويه (أو تشكيل) قص $\sigma_1=-\sigma_2$.

الجواب : $\left\{\begin{matrix} 231.0 & 115.5 & 0 & ; & 0.0087 & 0 & -0.0087 \\ 200.0 & 200.0 & 0 & ; & 0.005 & 0.005 & -0.01 \\ 115.5 & -115.5 & 0 & ; & 0.0087 & -0.0087 & 0 \end{matrix}\right\}$

الفصل الثاني

(١ , ٢) مكعب طول جوانبه $a_{1,0}=a_{2,0}=a_{3,0}=1$ ، خاضع لإجهادات رئيسة هي $\sigma_1=2\sigma_2$ و $\sigma_3=3\sigma_2$. فإذا تعرض لتشويه نسبي محض حتى انفعال مقدارة $\varepsilon_3=1$. احسب أبعاد الجوانب a_1 و a_2 و a_3 بعد التشويه وحدد الانفعال التمثيلي.

الجواب : $\{1, 1/e, e, 2e/\sqrt{3}\}$

(٢ , ٢) احسب مقدار الشغل المبذول لكل وحدة حجم للوصول لانفعال تمثيلي (ε). لمادة تمثل قانون الإجهاد والانفعال $\sigma_f=K\varepsilon^n$.

الجواب : $\{K\varepsilon^{n+1}/(1+n)\}$

(٣ , ٢) إذا كان الشغل المبذول في تشويه مادة لدائنية تماماً، حيث $\sigma_f = 500MPa$ ثابت تحت تأثير الإجهادات الرئيسة $\sigma_1 = 5\sigma_2$ و $\sigma_3 = 9\sigma_2$ هو $0.5\ Jmm^{-3}$. احسب الانفعالات الرئيسة ε_1 و ε_2 و ε_3 وكذلك الانفعال التمثيلي.

الجواب : $\{0 \quad , \quad -\sqrt{3}/2 \quad , \sqrt{3}/2 \quad , \quad 1\}$

(٤ , ٢) إذا كانت دالة الإصلاد الانفعالي هي $\sigma_f = K\varepsilon^n$ ، تمر عبر النقاط ، $\varepsilon_1 = 0.05$ و $\sigma_f = 500MPa$ وكذلك $\varepsilon_1 = 0.15$ و $\sigma_f = 685MPa$. فحدد قيم K و n .

الجواب : $\{1000\ MPa \quad , \quad 0.2\}$

(٥ , ٢) إذا كان هناك مربع تم تحديده في المحاور الشبكية بالنقاط التالية : C(1,1) و D(1,0) و A(0,0) و B(0,1) . وفي محاور القياس في حالة التشوه كانت الإحداثيات هي D`(1,1) و C`(1,2) و B`(0,1) و A`(0,0) . فاحسب الانفعال الفعال لأسلوب قص بسيط.

الجواب : $\{0.5773\}$

(٦ , ٢) بالنسبة لأسلوب تشوه نسبي محض، كما في السؤال السابق (٥،٢)، حدد الاستطالات الرئيسة (E_1) و (E_2) ، والانفعالات الطبيعية الرئيسة (ε_1) و (ε_2) والانفعال التمثيلي (ε)، وتوجيه (او زاوية) orientation الاتجاه الرئيسي (1) بالنسبة لخط يمر عبر (AD) وكذلك بالنسبة لخط عبر (A'D').

الجواب : $\{0.618 , -0.382 ; 0.481 , -0.481 \quad 0.556$ و $31.7°$ و $13.3^0\}$

كلاهما عكس عقارب الساعة both counter - clockwise

(٧ , ٢) تم تعليم دائرة على صفيحة بسماكة (t_o) مركزها في نقطة أصل المحاور (O_x) و (O_y) ونصف قطرها وحدة. فإذا تشوهت لشكل قطع ناقص (إهليلجي) يمكن وصفه بواسطة العلاقة $3x^2+2y^2=6$ ، فاحسب انفعالات الغشاء الرئيسة والسماكة النهائية.

الجواب : $\{\ln\sqrt{2} = 0.346 \quad ; \quad \ln\sqrt{3} = 0.549 \quad ; \quad 0.408t_o\}$

الفصل الثالث

(١ , ٣) شريحة من مادة تتصلد بالانفعال $\sigma_f = K\varepsilon^n$، تم تطويلها تحت إجهاد (σ_1) فإذا كان الإجهاد المستعرض $\sigma_3 = 0$ و $\sigma_2 = \sigma_1/2$. والمساحة المقطعية المستعرضة الأولية هي (A_o) . فاحسب القوة الطولية (P) بدلالة (ε) وكذلك قيمة (ε) عندما تصل (P) إلى أقصاها.

الجواب : $\left\{(2/\sqrt{3})\ A_o\ K\varepsilon^n\ \exp(-\sqrt{3}\varepsilon^n/2) \quad ; \quad 2n/\sqrt{3}\right\}$

(٢ , ٣) في قطعة اختبار شد من النوع المبين في الشكل رقم (٦, ٣)، إذا كان أضيق عرض أولي هو $(f_o w_o)$ حيث (w_o) هي العرض الأولي للمنطقة المنتظمة. وأقصى انفعال منتظم هو (ε_u)، وقانون الإصلاد الانفعالي هو $\sigma_f = K\varepsilon^n$. فأوجد تعبيراً يمثل f_o .

الجواب : $\left\{(\varepsilon_u/n)^n\ \exp(n-\varepsilon_u)\right\}$

(٣ , ٣) أخضعت شريحة تتألف من منطقتين متساويتي الطول (l)، إحداهما ذات مساحة مقطعية (A_a)، والأخرى (A_b) لشد. فإذا كانت مادتها لدائنية تماماً ولكنها حساسة لمعدل الانفعال بحيث ان $\sigma_f = B\dot{\varepsilon}^m_{eff}$ ؛ وإذا كان معدل تمدد الشريحة مجتمعة هو v، فاحسب معدلات الانفعال في كل مقطع $(\dot{\varepsilon}_b)$ و $(\dot{\varepsilon}_a)$.

الجواب : $\left\{v/l\,[1+(A_a/A_b)]^{1/m} \quad ; \quad v/l\,[1+A_b/A_a)]^{1/m}\right\}$

(٤ , ٣) يوجد لدينا فولاذ مدلفن على البارد يمثل للقانون $\sigma_f = K(\varepsilon_o + \varepsilon)^n$، والمطلوب هو :(أ) تحديد الانفعال الذي يتم عنده الوصول إلى أقصى حمل في الشريحة المنتظمة . (ب) ماذا يحدث عندما تكون $\varepsilon_o > n$ ؟

الجواب{ :(أ)$n - \varepsilon_o$; (ب) سيحدث التخصر الموضعي فوراً بدون انتشار التخصر}

(٥ , ٣) شريحة شد أحادية المحور تم تشغيل مجرى مستعرض فيها كما هو مبين في الشكل رقم (٣,١٨) . فإذا كانت المادة لدائنية مثالية ؛ فأوجد السماكة (t_B) بحيث انه لدى حدوث التحميل الأحادي المحور ($\sigma_2 = 0$) تكون المنطقة (A) غير مشوهة.

الجواب : $\left\{< \sqrt{3}\ t_A / 2\right\}$

(٦ , ٣) عنصر من مادة ما، كما هو مبين في الشكل رقم (٣,١٨)، تم تشويهه بشد ثنائي المحور متساو حيث $\sigma_{1A} = \sigma_{2A}$. فإذا كان مقدار العيب الاولي هو $f_o = 0.995$ والمادة تمثل قانون الإصلاد الانفعالي $\sigma = 600\ (0.004 + \varepsilon)^{0.2}$ MPa. فأوجد الإجهادات الرئيسة (σ_1) و (σ_2) في حالة وجود العيب عندما تبدأ في الخضوع ونسبة الانفعال الأولية في الفرزة .

الجواب : {199.9 , 197.9 , 0.970}

الفصل الرابع

(١ , ٤) تم حني شريحة بطول (l) وسماكة (t) إلى دائرة كاملة . (تحت الحمل يكون المحيط هو l) . فإذا كانت المادة مرنة، لدائنية تامة بإجهاد خضوع انفعال مستو ثابت هو (S)، ومعامل مرونة (E')، فاحسب الفجوة بين أطراف الشريحة بعد إزالة التحميل.

الجواب : $\left\{\left(\frac{3l^2}{2\pi t}\right)\left(\frac{S}{E'}\right)\right\}$

(٢ , ٤) شريحة فولاذية، سماكتها ١ مم وعرضها ٦٠ مم وذات إجهاد خضوع مقداره (240 Mpa) تشكلت على شكل أنبوب دائري بواسطة سحبها عبر قالب . فإذا كان شغل الاحتكاك مساوياً في مقداره لشغل التشوه اللدائني

فباستخدام القيمة (σ_g) و (λ_p) التي وجدت بواسطة الاستنباط من الجدول :(١ ,٤)، أوجد قوة السحب.

الجواب : $\{(2\pi/3)\lambda_p\ \sigma_g t^2 = 781.3N\}$

(٣ , ٤) تم حني شريحة على دلفين أسطواني نصف قطره (R)، كما هو موضح في الشكل رقم (٣٢, ٤) . وبدلاً من الدلفين الذي يدور بصورة طليقة في (A)، يوجد هناك لوح افقي بقوة تلامس(P) وزاوية احتكاك (ψ) في (A). المطلوب ؛ تحديد عزم اللي (أو الدوران) اللازم لتدوير الدلفين الأسطواني بدلالة (α_B) و (M_B) و(λ_b).

الجواب : $\left\{M_B \dfrac{\lambda_b \sin \alpha_B + \sin \psi}{\sin \alpha_B + \sin \psi}\right\}$

(٤ , ٤) حنيت شريحة على شكل حرف (V) باستخدام سنبك كما هو موضح في الشكل رقم (٣٣, ٤)، ولكن باستبدال القالب السفلي بدلفينين يدوران بحرية بنصف قطر(R) ومفصولان بمسافة مركزية ($2a$)وفي المركز (B)، كان انحناء الشريحة $(1/\rho)_B$ وكذلك الخواص المقابلة (M_B) و (λ_B) معروفة. المطلوب تحديد قوة السنبك (F)، عندما تكون $\sigma = \pi/4$. ثم أوجد تعبيراً تقريبياً للمسافة (a)، مفترضاً أن الخط بين (A) و (B)، عبارة عن دائرة بمتوسط انحناء $(1/\rho_m) = (1/\rho_B)/2$.

الجواب: $\left\{ 2(1-\lambda_B)\, M_B / \rho_B \quad ; \quad [2(2\rho_B + R)/2]^{1/2} \right\}$

(٥ , ٤) في آلة حني ذات ثلاثة دلافين مماثلة لتلك الموضحة في الشكل رقم (٤٣, ٤)، يدار الدلفين الأول (A) بينما يدور الاثنان الآخران بحرية. فإذا كانت زاوية

الاحتكاك في(A) هي (ψ) والقيمة (λ_p) معروفة للانحناء ($1/\rho_c$) ، فأوجد الشرط اللازم للذراع (a_A) الخاص بالقوة (P_A)، لتجنب الانـزلاق في (A).

الجواب $\{a_A < \rho_c \sin\psi/\lambda_p\}$

الفصل الخامس

(١ , ٥) في عملية التفليج، ما هو مدى (r) الذي تكون فيه المعادلة (٥,٢٣) صحيحة؟

الجواب : $\{r_i < r < r_i e\}$

(٢ , ٥) في عملية توسيع ثقب كما هي الحال في الشكل رقم (٥ ,١٠)، الطـرف الداخلي المزال عنه التحميل والشد الزوالي عند نصف القطر الخارجي ($r = r_o$) هو $T_\phi = 2T/3$. فإذا كانت الصفيحة لدائنية تامة، فما هي نسبة r_o / r_i الحالية؟

الجواب : { 3 }

(٣ , ٥) حلقة معدنية صفيحية مسطحة تم كبسها بين قوالب مخروطية عديمة الاحتكاك وتشوهت إلى شكل قطع مخروطي ناقص بدون تحميل على أي من الطرف الداخلي أو الخارجي (r_i) و (r_O) على التوالي .أوجد توزيع الشد.

الجواب : {هناك منطقتان تم وصفهما بواسطة المعادلتين (٥ ,١٢) و (٥ ,٢١) لتوسيع أي جانب من نصف القطر(r_b)، حيث $\{\ln(r_o/r_b = [1-(r_i/r_b)]$

(٤ , ٥) تم ربط صفيحة مسطحة حول نصف قطر(r_o) وفيها ثقب مركزي بنصف قطر(r_i)، خالٍ من التحميل. فإذا تم تشكيل الصفيحة بواسطة سنبك عديم الاحتكاك بزاوية مخروطية (2α) ، فحدد ضغط التلامس(p_i) عنـد (r_i) بدلالة شد الخضوع(T).

الجواب : $\{T\cos\alpha/r_i\}$

(٥ , ٥) في السؤال السابق [٤, ٥]، تم تشكيل الصفيحة بحيث يمتد التلامس مع السنبك إلى نصف قطر (r_b) ومن الواضح أنه بعد ذلك تكون $p=o$. أوجد القوة التي بذلت من قبل السنبك.

الجواب : $\{2\pi(r_B - r_i)\ T \sin \alpha\}$

(٥ , ٦) صفيحة مسطحة ذات شد خضوع(T) تم ربطها على نصف قطر (r_o) وتم تشكيلها مركزياً بواسطة سنبك أسطواني مسطح القعر بنصف قطر خارجي (r_p) وفي لحظة معينة كان المماس مع الصفيحة عند $r=r_p$ يصنع زاوية (α_p) مع مستو عمودي على المحور. أوجد قوة السنبك والعلاقة بين زاوية المماس(α) ونصف القطر (r) في المنطقة غير المدعمة، أي $r_p < r < r_o$.

الجواب : $\{2\pi r_p\ T \sin \alpha_p\ ;\ r \sin \alpha = \text{constant}\}$

الفصل السادس

(١ , ٦) تم نفخ صفيحة بسماكة أولية (t_o) بضغط مائع بحيث إنه في لحظة معينة كان الضغط (p) ونصف قطر الانحناء (ρ) وانفعال الغشاء في القطب (ε)، فأوجد إجهاد الانسياب (σ_f).

الجواب : $\{(p\rho/2t_o) \exp (2\varepsilon)\}$

(٢ , ٦) تم القيام بعملية توسيع ثقب باستخدام سنبك كروي بنصف قطر (R) وكان الخضوع (T) ثابتاً ونصف قطر الثقب الحالي (r_i)معروفاً . استنبط تعبيراً لضغط التلامس على نصف القطر (r).

الجواب : $\{T\ [2 - (r_i/r)]/R\}$

(٣ , ٦) في أسلوب توسيع الثقب في الشكل رقم (١١ , ٦) كانت النقطة(B) حيث $\varepsilon_\phi = o$. فأوجد (r_B) إذا كان نصف قطر الثقب الحالي (r'_c) .

الجواب : $\{2r'_c\}$

الفصل السابع

(١ , ٧) أوجد نصف قطر النقطة (E) في الشكل رقم (١ ,٧) لأسلوب السحب عديم الاحتكاك، إذا كان معدل التغيير في السماكة صفراً في هذه النقطة.

الجواب : $\{0.606\ r`_o\}$

(٢ , ٧) إذا كانت - في السحب العديم الاحتكاك - قيمة القوة القطرية المتجهة إلى الداخل هي (T_c) لكل وحدة طولية تم تطبيقها عند الحافة الخارجية للشفة لتساعد في السحب، فأوجد توزيع قوى الوحدة الزوالية والمحيطية.

الجواب : $\{T \ln (r_o/r) - T_c \quad ; \quad T [\ln (r_o/r) - 1] - T_c\}$

(٣ , ٧) إذا كان نصف قطر النقطة (M) هو $r_M = 0.8\ r`_o$ أثناء سحب قطعة معدة للسحب بنصف قطر خارجي (r'_o)؛ فأوجد نسبة الانفعال $\varepsilon_\theta/\varepsilon_\phi$ في (M) .

الجواب : {1.455}

(٤ , ٧) تم القيام بعملية سحب عميق تحت الظروف التالية :

H_o=1.9 , μ=0.1 , λ=0.01 t =1mm , r_t =100mm , r_d=3mm فاذا كان المطلوب هو زيادة نسبة السحب H_o إلى 2 دون تغيير حمل السنبك (P_{max}) باستخدام نفس السنبك والمادة وتغيير نصف قطر القالب فقط (r_d). فما هي قيمة (r_d) الصحيحة.

الجواب : {4.9 mm}

(٥ , ٧) إذا كان سلوك الإصلاد الانفعالي لصفيحة يوصف بواسطة ($\sigma_f = K(\varepsilon)^n$). فأوجد العلاقة بين ($T = \sigma_f t$) و ($r`_o/r_o$) في النقطة (F) في الشكل رقم (١ , ٧) أثناء السحب.

الجواب : $\left\{ Kt\sqrt{(r_o / r'_o)[\ln(r_o / r'_o)]^n} \right\}$

الفصل الثامن

(٨,١) في حالة سحب قدح، إذا كان $T_{fmax} < T_{by}$ ، فما هي نسبة السماكة (t/t_o) في القعر؟

الجواب { 1 } .

(٨ , ٢) إذا ثُقِب ثُقْبٌ في وسط قطعة تشكيل غفل عادية فإن هذا الثقب قد يؤثر أو لا يؤثر على قطر الشفة النهائي . في أية منطقة من الرسم البياني في الشكل رقم (٨, ٨) سوف لا يؤثر ذلك على قطر الشفة النهائي، بغض النظر عن حجم الثقب؟

الجواب : { 4 }

(٨ , ٣) باستخدام الرسم البياني في الشكل رقم (٨, ٨) اشرح بصورة نوعية تأثير العوامل التالية على أقصى نسبة سحب يمكن تحقيقها:

- معامل الاحتكاك (μ_b) بين السنبك والصفيحة.
- معامل الاحتكاك (μ_d) بين القالب وماسك قطعة التشكيل والصفيحة.
- نصف قطر جانبية السنبك (r_p) .
- نصف قطر القالب (r_d).

الجواب : { تزداد مع μ_b، وتقل مع μ_d؛ تزداد مع زيادة r_p و r_d}

(٨ , ٤) تم مط شريحة ضيقة حول سنبك ذي قعر مسطح ومقطع عرضي ثابت بحيث إن الزاوية (α) في الشكل رقم (٨, ٩) هي $(\pi/2)$. وكان معامل الاحتكاك $\mu = 0.1$، كما أن المادة تمثل قانون الإجهاد- والانفعال، $\sigma_f = k\varepsilon$ ، فإذا كانت الشريحة تتشوه في شد أحاديَ المحور، فأوجد الانفعال (ε_1)، في الشريحة عند سطح السنبك عندما تكون مقاومة الشد القصوى (T_u) قد تم الوصول إليها في الجدار . وكان دليل الإصلاد الانفعالي $n = 0.2$.

الجواب: $\{\mu\alpha = \varepsilon_1 - n + n\ln(n/\varepsilon_1) \quad ; \quad \varepsilon_1 = 0.0412\}$.

(٥ ، ٨) في مط صفيحة على سنبك بمقطع عرضي ثابت، يكون الانفعال على السنبك (ε_p) وبافتراض وجود تشوه أحادي المحور وقانون إجهاد - وانفعال $\sigma_f = K\varepsilon^n$، أوجد علاقة بين نسبة الارتداد الخلفي، $\Delta h/h$ والانفعال.

الجواب : $\{nK / E\varepsilon_p^{\ 1-n}\}$

الفصل التاسع

(١ ، ٩) تم سحب أنبوب عبر قالب نصف زاويته، $\gamma = 10^\circ$ حيث $r_1/r_o = 0.7$ و $\mu = 0.1$ وأعطي منحنى الإجهاد - والانفعال بالعلاقة ($\sigma_f = 600\varepsilon^{0.25}$ Mpa). بافتراض أن السماكة لم تتغير، احسب إجهاد الساق المحورية عند (E) (الشكل رقم ٤، ٩).

الجواب : {412 MPa}

(٢ ، ٩) منحنى الإجهاد - والانفعال لمادة ما هو $\sigma_f = 1000\ \varepsilon^{0.2}$ MPa حدد الإجهاد والانفعال الفعال عند النقطة في عملية سحب التي تصل عندها سماكة الجدار إلى أقصاها، إذا كانت $\eta = 0.8$ أثناء العملية بأكملها.

الجواب : {0.554 و 888 MPa}

(٣ ، ٩) في عملية سحب، $\zeta = \eta$. وعند نقطة ما (B) يكون الانفعال الفعال $\varepsilon_B = 1$. احسب نسبة معدلات الانفعال ($\varepsilon_\phi/\varepsilon_\theta$) عند هذه النقطة.

الجواب : { -2 }

(٤ ، ٩) في عملية سحب أنبوب، كانت قوة السحب (Z_1) عندما لا يطبق الشد الخلفي، أي أن $Z_o = 0$: حيث كانت نسبة السحب هي (r_1/r_o)، ومعامل الاحتكاك (μ)، ونصف زاوية القالب (γ)، والسماكة ثابتة . فإذا بقيت

كل هذه القيم ثابتة عندما يطبق الشد الخلفي (Z_o)، فما هي قوة السحب الجديدة؟

الجواب $$\left\{Z_1 + Z_o' \left[\left(\frac{r_1}{r_o} - \frac{\mu}{\sin\gamma - \mu\cos\gamma}\right)\left(1 - \frac{\mu}{\sin\gamma + \mu\cos\gamma}\right)\right]\right\}$$

(٥ , ٩) قدح أعيد سحبه بصورة عكسية فيه $r_o = 10mm$ و $t = 2mm$ كما هو مبين في الشكل رقم (١٣, ٩). أوجد نصف القطر (r_1) الذي عنده تصل قوة إعادة السحب إلى أقصى قيمة لها.

الجواب : $$\left\{r_o + t - \left[t^2 + 2r_o t\right]^{1/2} = 5.36mm\right\}$$

ثبت المصطلحات العلمية

أولاً: (عربي - انجليزي)



Flow stress	إجهاد الانسياب
Unloading.	إزالة التحميل
Failures.	انهيارات ، تعطلات
Friction	احتكاك
Tensile test	اختبار الشد
Work hardening	إصلاد الشغل
Redrawing.	إعادة السحب
Reverse redrawing	إعادة السحب العكسي
Ageing	الإصلاد بالتعتيق (بمرور الزمن) ، بالتقادم
Stress	الإجهاد
Deviatoric stress	الإجهاد الانحرافي
Representative stress	الإجهاد التمثيلي
Principal stress	الإجهاد الرئيسي
Effective stress.	الإجهاد الفعال
Equivalent stress	الإجهاد المكافئ

الإجهاد الهندسي	Engineering stress
الاجهادات التخلفية (المتبقية)	Residual stresses
الاحتكاك بسبب ماسك قطعة التشكيل (الغفل)	Friction caused by blankholder
الاحتكاك على القطاع الجانبي للقالب	Friction at the die profile
الاحتكاك في الحني	Friction in bending.
الاحتكاك في الجانبية (القطاع) للسنبك	Friction at the punch profile
الاحتكاك في المط	Friction in stretching
الاحتكاك في حالة السحب المستقرة (الثابتة)	Friction in steady state drawing
الارتداد الخلفي	Springback.
الإصلاد الانفعالي	Strain hardening
الانفعال	Strain
الانفعال التمثيلي	Representative strain.
الانفعال الحقيقي	True strain.
الانفعال الرئيسي	Principal strain.
الانفعال الطبيعي	Natural strain.
الانفعال الفعال	Effective strain.
الانفعال الكبير	Large strain.
الانفعال المتجانس (المنتظم)	Homogeneous strain.
الانفعال المستوي	Plane strain.
الانفعال المكافئ	Eauivalent strain.
الانفعال المنتظم	Uniform strain
الانفعال الهندسي	Engineering strain.
التحليل الغشائي	Membrane analysis.
التخصر المتمركز (الموضعي)	Localized Necking.
التخصر المنتشر (المطول)	Diffuse Necking.
التخصر في الشد الثنائي المحور	Necking in biaxial tenion

Fluid forming.	التشكيل بالموائع
Engineering elongation.	التطويل الهندسي
Wrinkling.	التغضن (التجعد)
Unbending	التقويم
Bulging.	التنفخ
Insotropic solids.	الجوامد الايزوتروبية (الموحدة الخواص في جميع الاتجاهات)
Vee die bending.	الحني في قالب على شكل حرف في
Bending.	الحني
Axial tension.	الشد المحوري
Principal tensions in sheet	الشدود الرئيسة في الصفيحة
Plastic work.	الشغل اللدن
Imperfections.	العيوب (النقائض)
Ironing.	الكي
Incompressibility.	اللاانضغاطية
Yield locus.	المحل الهندسي للخضوع
Stretching	المط
Stretching by fluid pressure.	المط بضغط المائع
Two dimensional stretching.	المط ذو بعدين
Stretching over rigid punch.	المط على سنبك جاسئ
Perfectly plastic solid.	المواد الصلبة اللدائنية التامة
Pure proportional mode.	النمط المتناسب الخالص (النقي)
Thickness strain.	انفعال السماكة
Thickness strain on the flange	انفعال السماكة في الشفة
Thickness strain on lips around hole	انفعال السماكة في الشفة حول الثقب
Thickness strain in stretching.	انفعال السماكة في المط
Thickness strain on cup wall.	انفعال السماكة في جدار القدح

انفعال القص	Shear strain.

ب

بروزات أمامية	Nosing.

ت

تباين الخواص باختلاف الاتجاهات (اللاآيزوتروبية)	Anisotropy
تحليل انفعال الشبكة	Grid strain analysis
تحليل انفعال الشبكة الدائرية	Circle grid strain analysis.
تحليل انفعال شبكة المربع	Square grid strain analysis.
تحليل الانفعال العقدي	Nodal strain analysis.
تخصر (الرقبة)	Necking
تشكيل الحالة المستقرة (الثابتة)	Steady state forming.
تشوه كبير	Large deformation.
تشوه لدائني (لدن)	Plastic deformation.
تشوه متجانس	Homogeneous deformation
تشوه مرن	Elastic deformation.
تشوه متناسب	Proportional deformation.
تشوه نقي (أو محض) ، خالص	Pure deformation.
تشوه	Deformation.
تغطيس	Sinking
تلفيج (التوسع التدريجي على هيئة جرس)	Flari.
تمدد ، توسع	Expanding
توسيع الثقب	Hole expansion.

ح

حالة الإجهاد	Stress state.
حالة الإجهاد المستوى	Plane stress state.
حالة الإجهاد الهيدروستاتيكي	Hydrostatic stress state.
حالة التوازن	Equilibrium condition
حبيبات (أو حلقات) السحب	Draw bead.
حدود التشكيل	Forming limits.
حساسية معدل الانفعال	Strain rate sensitivity
حمل السنبك (القوة)	Punch load (force).
حمل السنبك في إعادة السحب	Punch load in redrawing
حمل السنبك في الحني	Punch load in bending
حمل السنبك في السحب	Punch load in drawing.
حمل السنبك في المط	Punch load in stretching.
حمل السنبك في توسيع الثقب	Punch load in hole expansion
حني الانفعال المستوي	Plane strain bending
حني بثلاثة دلافين	Three rolls bending.
حني نصف القطر الصغير	Small radius bending
حيز (مجال) الإجهاد	Stress space
حيز (مجال) الانفعال	Strain space.

خ

خط التمدد الصفري	Zero extension line.
خط الحني	Bending line.

س

سحب	Drawing.
سطح الخضوع	Yield surface

ش

شد أحادي المحور	Uniaxial tension.
شد ثنائي المحور المتساوي	Equal biaxial tension

ض

ضغط التلامس في التشكيل بالموائع	Contact pressure in fluid forming
ضغط التلامس في الحني	Contact pressure in bending
ضغط التلامس في المط	Contact pressure in stretching
ضغط التلامس	Contact pressure.

ط

طريقة (أسلوب) الطاقة	Energy method.

ع

عدم الثبات (اللااستقرار)	Instability.
عدم ثبات الشد (لا استقرارية الشد)	Tensile instability.
عزم الحني	Bending moment.
علاقة الإجهاد والانفعال الخطي	Linear stress-strain.
علاقة العزم – والانحناء	Moment-curvature relation.

ق

Yield criteria.	قاعدة الخضوع
Tresca yield criteria	قاعدة خضوع ترسكا
Huber, Mises, Henky yield criteria.	قاعدة خضوع هوبر و ميسس و هينكي
Stress-strain power law.	قانون القوة للإجهاد والانفعال
Simple shear.	قص بسيط
Flow rules.	قواعد الانسياب (الدفق)
Drawing force.	قوة السحب
Blankholder force.	قوة ماسك قطعة التشكيل (الغفل)

ك

Fracture	كسر
Ductile fracture	كسر مطيل

م

Strain path	مسار الانفعال
Strain rate	معدل الانفعال
Rate of plastic work	معدل بذل الشغل اللدائني
Stress-strain curve.	منحنى الإجهاد-والانفعال
Forming limit diagram (curve)	منحنى حد التشكيل

ن

Drawing ratio.	نسبة السحب
Oblique coordinate system	نظام الإحداثيات المائلة

نظرية الانسياب اللدائني	Plastic flow theory.
نماذج المواد	Material models.

هـ

هياكل دائرية قشرية	Circular shells.

ثانياً: إنجليزي – عربي

A

Ageing.	الإصلاد بالتعتيق (بمرور الزمن)، بالتقادم
Anisotropy	الآيزو تروبية (تباين الخواص باختلاف الاتجاهات)
Axial tension.	الشد المحوري

B

Bending.	الحني
Bending line.	خط الحني
Bending moment.	عزم الحني
Blankholder force.	قوة ماسك قطعة التشكيل (الغفل)
Bulging.	التنفـخ

C

Circle grid strain analysis	تحليل انفعال الشبكة الدائرية
Circular shells.	هياكل دائرية قشرية
Contact pressure.	ضغط التلامس
Contact pressure in bending	ضغط التلامس في الحني
Contact pressure in fluid forming	ضغط التلامس في التشكيل بالموائع
Contact pressure in stretching.	ضغط التلامس في المط

D

Deformation.	تشـوه
Deviatoric stress.	الإجهاد الانحرافي
Diffuse Necking	التخصر المنتشر (المطول)

Draw bead	حبيبات (أو حلقات) السحب
Drawing.	سحب
Drawing force.	قوة السحب
Drawing ratio.	نسبة السحب
Ductile fracture.	كسر مطيل

E

Effective strain.	الانفعال الفعال
Effective stress.	الإجهاد الفعال
Elastic deformation.	تشوه مرن
Energy method.	طريقة (أسلوب) الطاقة
Engineering elongation.	التطويل الهندسي
Engineering strain.	الانفعال الهندسي
Engineering stress.	الإجهاد الهندسي
Equal biaxial tension.	شد ثنائي المحور المتساوي
Equilibrium condition.	حالة التوازن
Equivalent stress.	الإجهاد المكافئ
Equivalent strain.	الانفعال المكافئ
Expanding.	تمدد ، توسع

F

Failures	انهيارات ، تعطلات
Flari.	تفليج (التوسع التدريجي على هيئة جرس)
Flow rules	قواعد الانسياب (الدفق)
Flow stress.	إجهاد الانسياب
Fluid forming.	التشكيل بالموائع

Forming limit diagram (curve)	منحنى حد التشكيل
Forming limits.	حدود التشكيل
Fracture.	كسر
Friction	احتكاك
Friction at the die profile.	الاحتكاك على القطاع الجانبي للقالب
Friction at the punch profile.	الاحتكاك في الجانبية (القطاع) للسنبك
Friction caused by blankholder.	الاحتكاك بسبب ماسك قطعة التشكيل (الغفل)
Friction in bending.	الاحتكاك في الحني
Friction in steady state drawing.	الاحتكاك في حالة السحب الثابتة
Friction in stretching.	الاحتكاك في المط

G

Grid strain analysis.	تحليل انفعال الشبكة

H

Hole expansion.	توسيع الثقب
Homogeneous deformation.	تشوه متجانس
Homogeneous strain.	الانفعال المتجانس (المنتظم)
Huber, Mises, Henky yield criteria	قاعدة خضوع هوبر و ميسس و هينكي
Hydrostatic stress state.	حالة الإجهاد الهيدروستاتيكي

I

Imperfections.	العيوب (النقائص)
Incompressibility	اللاانضغاطية
Insotropic solids.	الجوامد الايزو تروبية (الموحدة الخواص في جميع الاتجاهات)
Instability.	عدم الثبات (اللااستقرارية)
Ironing.	الكي

L

Large deformation	تشوه كبير
Large strain	الانفعال الكبير
Linear stress-strain.	علاقة الإجهاد والانفعال الخطي
Localized Necking.	التخصر المتمركز (الموضعي)

M

Material models.	نماذج المواد
Membrane analysis	التحليل الغشائي
Moment-curvature relation	علاقة العزم - والانحناء

N

Natural strain.	الانفعال الطبيعي
Necking	تخصر (الرقبة)
Necking in biaxial tenion.	التخصر في الشد الثنائي المحور
Nodal strain analysis.	تحليل الانفعال العقدي
Nosing.	بروزات أمامية (أنفية)

O

Oblique coordinate system	نظام الإحداثيات المائلة

P

Perfectly plastic solid.	الجوامد اللدائنية التامة
Plane strain	الانفعال المستوي
Plane strain bending	حني الانفعال المستوي
Plane stress state	حالة الإجهاد المستوى
Plastic deformation.	تشوه لدائني (لدن)

Plastic flow theory.	نظرية الانسياب اللدائني
Plastic work.	الشغل اللدن
Principal strain.	الانفعال الرئيسي
Principal stress	الإجهاد الرئيسي
Principal tensions in sheet.	الشدود الرئيسة في الصفيحة
Proportional deformation.	تشوه متناسب
Punch load (force).	حمل السنبك (القوة)
Punch load in bending.	حمل السنبك في الحني
Punch load in drawing.	حمل السنبك في السحب
Punch load in hole expansion.	حمل السنبك في توسيع الثقب
Punch load in redrawing.	حمل السنبك في إعادة السحب
Punch load in stretching	حمل السنبك في المط
Pure deformation.	تشوه نقي (محض) ، خالص
Pure proportional mode.	النمط المتناسب الخالص

R

Rate of plastic work.	معدل بذل الشغل اللدائني
Redrawing.	اعادة السحب
Representative strain.	الانفعال التمثيلي
Representative stress.	الإجهاد التمثيلي
Reverse redrawing.	إعادة السحب العكسي

S

Shear strain	انفعال القص
Simple shear.	قص بسيط
Sinking.	تغطيس

Small radius bending.	حني نصف القطر الصغير
Springback.	الارتداد الخلفي
Square grid strain analysis.	تحليل انفعال شبكة المربع
Steady state forming.	تشكيل الحالة المستقرة (الثابتة)
Strain.	الانفعال
Strain hardening.	الإصلاد الانفعالي
Strain path.	مسار الانفعال
Strain rate.	معدل الانفعال
Strain rate sensitivity	حساسية معدل الانفعال
Strain space.	حيز (مجال) الانفعال
Stress.	الإجهاد
Stress space.	حيز (مجال) الإجهاد
Stress state.	حالة الإجهاد
Stress-strain curve.	منحنى الإجهاد-والانفعال
Stress-strain power law	القانون الأسّي (قانون القوة) للإجهاد والانفعال
Stretching.	المط
Stretching by fluid pressure.	المط بضغط المائع
Stretching over rigid punch	المط على سنبك جاسئ

T

Tensile instability.	عدم ثبات الشد ، لا استقرارية الشد
Tensile test	اختبار الشد
Thickness strain.	انفعال السماكة
Thickness strain in stretching.	انفعال السماكة في المط
Thickness strain on cup wall.	انفعال السماكة في جدار القدح
Thickness strain on lips around hole.	انفعال السماكة في الشفة حول الثقب

Thickness strain on the flange.	انفعال السماكة في الشفة
Three rolls bending.	حني بثلاثة دلافين
Tresca yield criteria.	قاعدة خضوع ترسكا
True strain.	الانفعال الحقيقي
Two dimensional stretching.	المط ذو بعدين

U

Unbending	التقويم
Uniaxial tension.	شد أحادي المحور
Uniform strain.	الانفعال المنتظم
.Unloadin	إزالة التحميل

V

Vee die bending.	الحني في قالب على شكل حرف في

W

Work hardening.	إصلاد الشغل
Wrinkling	التغضن (التجعد)

Y

Yield criteria.	قاعدة الخضوع
Yield locus.	المحل الهندسي للخضوع
Yield surface.	سطح الخضوع

Z

Zero extension line.	خط التمدد الصفري

كشاف الموضوعات

أ

ب

ت

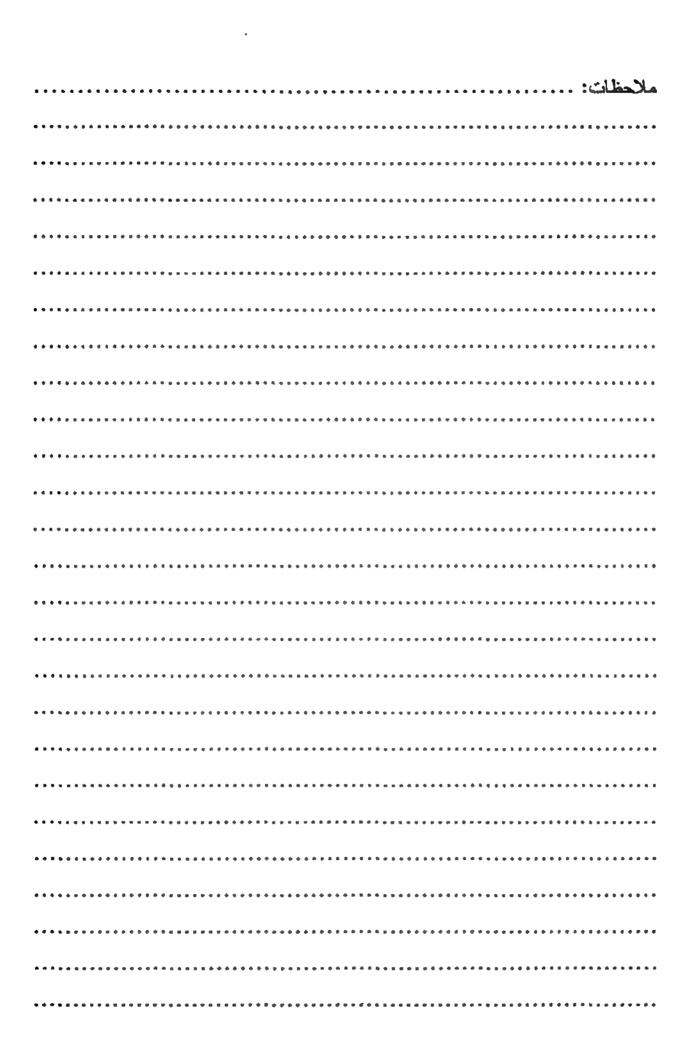




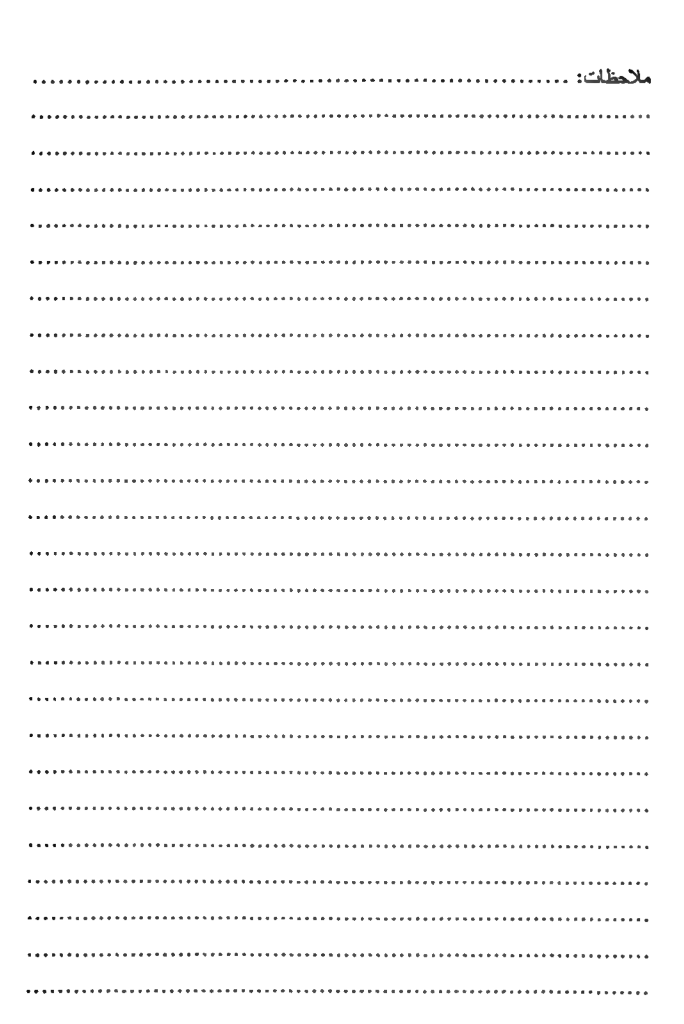


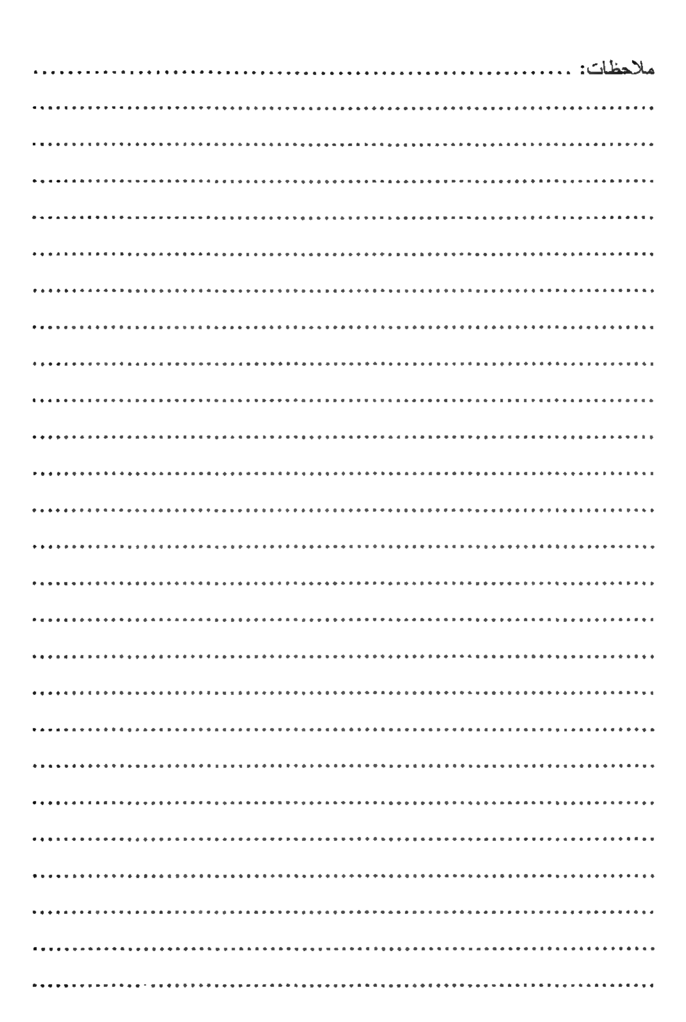


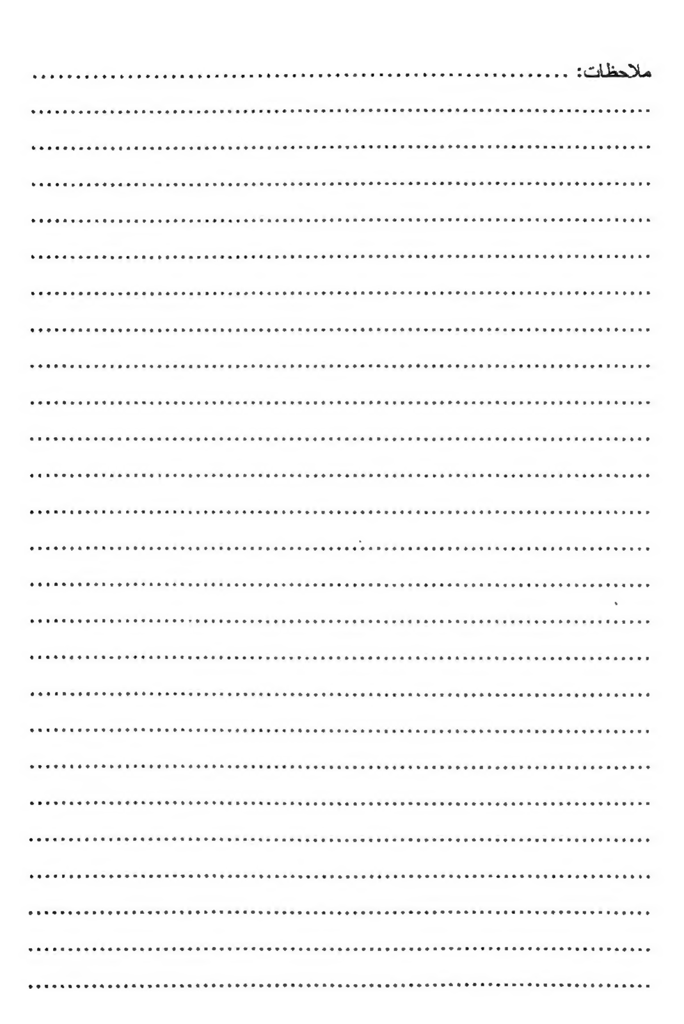
ملاحظات:



ملاحظات: ....


ملاحظات:


ملاحظات:



ملاحظات:

ملاحظات:



ردمك :٨-٣٤٢-٣٧-٩٩٦٠

ISBN:9960-37-342-8